



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
سال پنجم / شماره نوزدهم / پاییز ۱۳۹۵

## ردیابی شاخص بورس اوراق بهادار با در نظر گرفتن محدودیت زیان‌گریزی با استفاده از رویکرد جدید بیگ-بنگ-کرنچ

مقصود امیری

دانشیار دانشگاه علامه طباطبائی دانشکده مدیریت و حسابداری

شایان کرمی

کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه رجا قزوین (مسئول مکاتبه)

Shayan\_karamy\_itie@yahoo.com

علیرضا ناصرپور

دانشجوی دکتری مدیریت مالی دانشگاه علامه طباطبائی

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۲/۱۴ تاریخ پذیرش: ۹۵/۲/۲۷

### چکیده

یکی از عوامل توسعه نیافتگی بورس در کشورهای در حال توسعه نظیر ایران رشد ناکافی ابزارهای تصمیم‌ساز برای سرمایه‌گذاران به‌خصوص مبتدیان است. لذا در این پژوهش از یک مدل ردیابی شاخص با در نظر گرفتن محدودیت زیان‌گریزی و محدودیت عدد صحیح روی تعداد دارایی‌های انتخاب شده، برای ایجاد یک سبد (پرتفوی) ردیابی‌کننده شاخص بهره‌گرفته شده است. تفاوت کلیدی این پژوهش با سایر پژوهش‌های داخلی مشابه در نظر گرفتن زیان‌گریزی است. به این معنی که تأییراتی که سرمایه‌گذاران از نوسانات مثبت و منفی در بازه پرتفولیوی خود می‌پذیرند، مطلوبیت یکسانی نداشته و در نتیجه تأثیر آن‌ها در مدل سرمایه‌گذاری یکسان نیست. فضای حل این مسئله گسسته و غیر محدب بوده بنابراین روش‌های متداول عددی برای حل این مسئله قابل‌استفاده نیستند. از سایر نوآوری‌های این پژوهش، استفاده از الگوریتم بیگ-بنگ-کرنچ به‌عنوان یکی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری جدید به‌عنوان روش حل و مقایسه آن با الگوریتم دیفرانسیل تکاملی با استفاده از داده‌های قیمت روزانه سهام موجود در شاخص داو جونز از سال ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۶ می‌باشد. نتایج به‌دست‌آمده حکایت از عملکرد مناسب الگوریتم بیگ-بنگ-کرنچ نسبت به الگوریتم دیفرانسیل تکاملی با توجه به معیارهای عملکردی دارد. سپس از این الگوریتم برای ردیابی شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس تهران از سال ۹۱ الی ۹۳ استفاده شد. که نتیجه آن دست‌یابی به پرتفویی با بازده و ریسکی معادل شاخص ۳۰ شرکت بورس تهران بود.

**واژه‌های کلیدی:** مسئله ردیابی شاخص، زیان‌گریزی، محدودیت عدد صحیح، الگوریتم دیفرانسیل تکاملی، الگوریتم بیگ-بنگ-کرنچ.

## ۱- مقدمه

سرمایه‌گذاری نقش تعیین‌کننده‌ای در رشد اقتصادی دارد. یکی از اهداف اساسی کشورها دستیابی به رشد اقتصادی و توسعه‌ی پایدار است. در ادبیات اقتصادی، سرمایه‌به‌منزله‌ی رگ حیاتی یک نظام اقتصادی تلقی شده، و بر تشکیل آن به‌عنوان مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده‌ی رشد و توسعه اقتصادی تأکید فراوان شده است. امروز حجم قابل‌توجهی از کار مدیران سرمایه‌گذاری و همچنین عموم سرمایه‌گذاران، ساختن پرتفوی کارآمدی از دارایی‌هاست که اهداف تقاضا را برآورده سازد. از زمانی که مدل بهینه‌سازی میانگین واریانس مارکوویتز (۱۹۵۲) معرفی گردید، فعالیت‌های مالی هر سال افزایش می‌یابد. مدیران پرتفوی، پول زیادی را برای سهام مختلف در بازار جهانی سرمایه‌گذاری می‌کنند، اما یافتن ترکیبی از سهام با بالاترین بازده، یک چالش قطعی پیش روی مدیران است. در این میان بهینه‌سازی ترکیب سبد سرمایه‌گذاری توسط مدیران اهمیت قابل‌توجهی دارد. مسئله بهینه‌سازی پرتفوی به معنی پیدا کردن ترکیب بهینه از دارایی‌ها و همچنین وزن متناظر آن‌هاست. یکی از استراتژی‌های سرمایه‌گذاری ردیابی شاخص<sup>۱</sup> است که متشکل از سبد سهامی است که حرکت شاخص را شبیه‌سازی می‌کند چراکه داده‌های تاریخی و تجربه ثابت می‌کند که بازار همواره بازدهی مثبت، در بلندمدت دارد. ردیابی شاخص به‌عنوان یک استراتژی محبوب، به دلیل بازده مثبت و ریسک کمتر به‌طور گسترده‌ای توسط مدیران پرتفوی در سال‌های اخیر به کار گرفته می‌شود. برای یافتن این سبد سهام بهینه، دو مرحله وجود دارد: اول انتخاب دارایی‌هایی، که جستجو در فضایی گسسته است و دوم تعیین وزن نسبت داده‌شده به دارایی‌های این سبد است که جستجو در فضای پیوسته است. این نوع از مسائل به‌عنوان مسائل NP-HARD (حل نشدنی در زمان چندجمله‌ای) شناخته می‌شوند بدین مفهوم که الگوریتم قطعی شناخته‌شده‌ای که راه‌حل دقیق را در زمان چندجمله‌ای بیابد وجود ندارد. ابتدایی‌ترین ضرورت بکار گرفته‌شده به‌منظور ایجاد یک پرتفوی ردیابی‌کننده شاخص، برنامه‌ریزی درجه دوم<sup>۲</sup> بوده است که در کاربردهای عملی با محدودیت‌هایی روبرو است. از طرفی امروزه با پیشرفت‌های فناوری اطلاعات، استفاده از کامپیوتر در حل مسائل گوناگون در حوزه‌های مختلف علمی، نقشی پراهمیت یافته است. در همین راستا محققان و دانشمندان بر آن شده‌اند تا با بهره‌گیری از شبیه‌سازی‌های کامپیوتری مدل‌هایی را ارائه کنند که از انعطاف و تطابق بیشتری با محیط و شرایط واقعی برخوردار باشند. نتیجه این تلاش، پیدایش مدل‌های فرا ابتکاری از قبیل الگوریتم ژنتیک<sup>۳</sup>، الگوریتم پرندگان<sup>۴</sup>، شبیه‌سازی تبریدی<sup>۵</sup> و... در حوزه بهینه‌سازی مسائل مالی است. مزیت اصلی این مدل‌ها امکان بررسی روابط غیرخطی میان متغیرها با صرف زمان کمتر و دستیابی به جواب بهینه به‌ویژه در شرایط عدم اطمینان است. در این پژوهش به دنبال ایجاد ترکیبی بهینه از دارایی‌های ردیابی‌کننده شاخص، به‌منظور کاهش ریسک و افزایش بازده مثبت هستیم بدین منظور الگوریتم فرا ابتکاری جدید بیگ-بنگ-بیگ کرانچ<sup>۶</sup> و الگوریتم دیفرانسیل تکاملی<sup>۷</sup> برای یافتن این پرتفوی مورد استفاده قرار می‌گیرد و با تحلیل مقایسه‌ای با این دو الگوریتم، رویکرد برتر جهت سرمایه‌گذاری شاخص محور در بورس تهران را مشخص می‌کنیم.

## ۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

### ۱-۲- مبانی نظری

استراتژی‌های زیربنایی که توسط مدیران پرتفوی به منظور مدیریت اوراق بهادار و بهینه سازی پرتفوی استفاده می کنند، به دودسته قابل تقسیم است:

#### • مدیریت فعال پرتفوی

طبق این استراتژی، مدیران پرتفوی از انعطاف پذیری بالایی برخوردار هستند و سعی در انتخاب آن دسته از اوراق بهادار می نمایند که بیشترین بازدهی را نسبت به سایر اوراق بهادار در طول زمان نصیب سرمایه گذار نمایند. فرضیه زیربنایی این استراتژی آن است که مدیران پرتفوی با بهره گیری از تجربه و دانش خود در انتخاب اوراق بهادار و یا زمان بندی مناسب تصمیمات خرید/فروش قادر به ایجاد ارزش می باشند و توانایی غلبه بر متوسط کل بازار را دارند. این استراتژی بیشتر برای سرمایه گذاری کوتاه مدت به کار می روند.

#### • مدیریت منفعل پرتفوی

در این روش مدیران پرتفوی از انعطاف پذیری کمتری برخوردارند و نقش اصلی آن ها تشکیل یک پرتفوی با بازدهی تقریباً مشابه با شاخص بازار (مانند S&P 500) است و عمدتاً بر عملکرد بلندمدت بازار متمرکز است [۱۱]. هدف از تشکیل سبد سهام انفعالی نزدیک کردن بازده این سبد به بازده یک شاخص است. چنین سبد سهامی را سبد ردیابی شاخص می نامند. [۵] انتخاب یک پرتفوی بهینه که هدف آن دستیابی به بازدهی مشابه شاخص است و در نتیجه با ردیابی شاخص ریسکی معادل با ریسک سیستماتیک (بازار) خواهد داشت، یکی از استراتژی های مدیریت انفعالی پرتفوی است.

### الگوریتم بیگ بنگ بیگ کرانچ (BB-BC)

مسائل بهینه سازی را می توان جستجو برای مجموعه ای از پارامترها  $\{x_n\}$  که تابع هدف  $f(x_0, \dots, x_n)$  را کمینه می نمایند تعریف نمود که در الگوریتم های تکاملی به آن تابع تناسب گفته می شود. الگوریتم ژنتیک یکی از شناخته شده ترین روش های بهینه سازی احتمالی است. تفاوت اصلی این الگوریتم با سایر روش های جستجوی کلاسیک، جستجوی جواب بهینه سراسری با استفاده از جمعیتی از آرایه ها می باشد که به آن کروموزوم گفته می شود در حالی که سایر روش های کلاسیک از تنها یک پارامتر استفاده می کنند. این ویژگی موجب می شود تا GA بهتر از سایر روش های کلاسیک در حل مسائل بهینه سازی NP-Hard و یا NP-Complete عمل کند. علیرغم وجود چنین مزیتی الگوریتم ژنتیک مشکلاتی نظیر همگرایی زود رس، سرعت همگرایی و زمان اجرای بالا دارد که همین عوامل محققین را به استفاده از سایر روش های فرا ابتکاری سوق می دهد. [۱۲] الگوریتم بیگ بنگ بیگ کرانچ نسل جدیدی از الگوریتم های فرا ابتکاری می باشد. این الگوریتم از ایده مشابه به GA برای تولید تصادفی جواب های اولیه بهره می گیرد. به تولید تصادفی جمعیت اولیه فاز انفجار بزرگ<sup>۱</sup> گفته می شود. در این فاز جواب های اولیه در سرتاسر فضای جواب به صورت یکنواخت پراکنده می شوند. لازم به ذکر است که جواب های اولیه به صورت نرمال تولید می شوند و بایستی در فضای جستجو باشند. تعداد جواب های

اولیه بر اساس همگرایی و تعداد تکرارهای الگوریتم تعیین می‌گردد. پس از فاز انفجار بزرگ، فاز گرانش بزرگ<sup>۹</sup> آغاز می‌گردد. فاز BC اپراتور همگرایی است که ورودی‌های زیادی داشته اما تنها یک خروجی دارد که به آن مرکز چگال گفته می‌شود. می‌توان مرکز چگال را به صورت معکوس مقدار تابع تناسب در نظر گرفت و نقطه‌ای که مرکز چگال را نشان می‌دهد با  $x_c$  نمایش داده می‌شود که با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$\vec{x}^c = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{f^i} \vec{x}^i}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{f^i}} \quad (1)$$

که در رابطه فوق  $x^i$  نقطه‌ای است که در فضای  $n$  بعدی جواب تولید می‌شود.  $f^i$  مقدار تابع تناسب نقطه  $i$  ام و  $N$  اندازه جمعیت در فاز BB می‌باشد. این روش کلیه اعضای جمعیت را در فاز BC بصورت یک کل در نظر می‌گیرد که بعنوان یک اپراتور منقبض کننده<sup>۱۰</sup> عمل می‌کند. بنابراین در اینجا بر خلاف GA نیازی به محاسبات دو به دو ترکیبی وجود نخواهد داشت.

پس از فاز BC اعضای جدیدی برای استفاده در فاز BB در تکرار بعدی تولید می‌شود. این کار می‌تواند به روش‌های مختلفی انجام شود. ساده‌ترین راه، برگشت به گام اول و تولید جواب اولیه می‌باشد که این روش تفاوتی با جستجوی تصادفی نخواهد داشت چراکه از دانش به دست آمده از مرحله قبل بهره گرفته نشده است که در این صورت همگرایی الگوریتم نیز بسیار کند خواهد بود. برای هوشمندتر شدن الگوریتم بایستی تعداد زیادی از جواب‌های تولید شده توسط الگوریتم در اطراف نقطه بهینه باشند و پس از طی تعداد گام‌های مشخص نیز تعداد کمی از نقاط جمعیت در سرتاسر فضای جستجو پخش شده باشند. نسبت تعداد نقاط اطراف نقطه بهینه به نسبت تعداد نقاط دور از نقطه بهینه با افزایش تعداد تکرارهای الگوریتم بایستی کاهش یابد. چنانچه این نسبت برابر صفر گردد به این معنی است که جستجو پایان پذیرفته است. همگرایی و یا استفاده از دانش قبلی (مرکز چگال) نیز به این صورت می‌تواند تحقق یابد که اعضای جدید با استفاده از توزیع نرمال حول مرکز چگال در تمامی جهات تولید شوند. انحراف استاندارد این توزیع با افزایش تعداد تکرارهای الگوریتم کاهش می‌یابد. پس از دومین انفجار، مرکز چگال مجدداً محاسبه می‌شود و انفجار و انقباض آنقدر تکرار شده تا شرط پایان الگوریتم تحقق یابد. پارامترهای توزیع نرمال مورد استفاده در تولید اعضای جدید جمعیت شامل مرکز چگال تکرار قبل و انحراف استاندارد می‌باشد. اگر تعداد تکرارهای الگوریتم به بی نهایت میل کند انحراف استاندارد نیز به سمت صفر میل خواهد کرد. بنابراین می‌توان این گونه نتیجه گرفت که همواره اعضای از جمعیت وجود دارند که با احتمال کمتر دور از مرکز چگال بوجود خواهند آمد. این احتمال مرتباً کاهش پیدا می‌کند اما برابر با صفر نخواهد بود که این مسئله بر روی مرکز چگال تأثیر گذار بوده و موجب می‌شود چنانچه نقطه جدید مقدار تناسب بیشتری داشته باشد مرکز چگال به سمت آن کشیده شود. این ویژگی، همگرایی سراسری الگوریتم را تضمین خواهد نمود.

### الگوریتم دیفرانسیل تکاملی (DE)

ایده اصلی الگوریتم DE، تولید جواب‌های اولیه با ترکیب خطی سه جواب بدست آمده فعلی به همراه یک cross over با جواب چهارم است و از قانون تورنومنت برای جایجایی استفاده می‌شود. در تکرارهای الگوریتم جمعیت بایستی رشد کرده و به یک جواب بهینه سراسری همگرا شود.

الگوریتم با تولید P جواب اولیه تصادفی آغاز می‌شود (P اندازه جمعیت است). در این الگوریتم جواب‌ها به صورت بردار  $v_p$  ( $p = 1, \dots, P$ ) که شامل متغیرهای تصمیم است نشان داده می‌شود. متغیرهای تصمیم در مسئله ردیابی شاخص همان وزن دارایی‌ها در پرتفولیوی منتخب است.  $v_p[i]$  وزن دارایی i ام در حل p ام را نمایش می‌دهد. هر تکرار الگوریتم از گام‌های ذیل تشکیل شده است:

در وهله اول برای هر جواب فعلی p یک جواب جدید  $\bar{v}_p$  تولید می‌شود. این جواب با انتخاب تصادفی سه عضو مستقل کنونی از جمعیت ( $c_1 \neq c_2 \neq c_3$ ) و ترکیب خطی بردارهای حل مربوط به هر کدام انجام می‌شود. به این صورت که اولین جواب به‌عنوان بردار مینا  $v_{c_1}$  انتخاب می‌شود که وزن آن تفاضل دو بردار دیگر است ( $F \cdot (v_{c_2} - v_{c_3})$ )، بنابراین  $v_c = v_{c_1} + F \cdot (v_{c_2} - v_{c_3})$ . جواب به دست آمده با جواب کاندید p cross over می‌شود، در نتیجه  $\bar{v}_p = crossover(v_p, v_c, \pi)$  که  $\pi$  احتمال cross over بوده و بدین معنی است که عنصر i ام از والد p وارد پرتفولیوی شود. بنابراین:

$$\bar{v}_p[i] := \begin{cases} v_p[i] & \text{with probability } \pi \\ v_{c_1} + F \cdot (v_{c_2}[i] - v_{c_3}[i]) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

به صورت نموداری می‌توان این‌گونه بیان کرد که بردار تفاضلات جواب اصلی را در فضای حل حرکت می‌دهد. تفاضل بیشتر در عنصر i ام منجر به حرکت بزرگتر در این بعد می‌شود در حالیکه تفاضل صفر (یا اندک) در عناصر دیگر موقعیت فعلی را در آن بعد حفظ می‌نماید. در این الگوریتم چنانچه جمعیت همگرا شود، دسته جواب‌ها به دور یک نقطه مشخص در فضای حل جمع شوند. برای جلوگیری از همگرایی زودرس به جواب بهینه محلی به الگوریتم نویز<sup>۱۱</sup> اضافه می‌کنیم. در این صورت جواب‌ها به شکل زیر تولید می‌شوند:

$$\bar{v}_p[i] := \begin{cases} v_p[i] & \text{with probability } \pi \\ v_{c_1} + (F + \zeta_1[i]) \cdot (v_{c_2}[i] - v_{c_3}[i] + \zeta_2[i]) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

که در رابطه ۳  $\zeta_j$  یا بردار صفر (با احتمال  $\pi_j$ ) و یا مقدار توزیع نرمال با میانگین مورد انتظار صفر و انحراف استاندارد معین  $\sigma_j$  است.

هنگامی که یک جواب جدید  $\bar{v}_p$  برای جواب کنونی  $v_p$  تولید می‌شود رقابتی بین  $\bar{v}_p$  و  $v_p$  برای باقی ماندن در جمعیت شکل گرفته و هر جوابی که تابع تناسب بهتری داشته باشد در جمعیت باقی می‌ماند. در این مرحله

جمعیت بروز شده و جواب‌های کاندید وارد مرحله بعد می‌شوند و این چرخه تکرار می‌شود تا شرط پایان الگوریتم تحقق یابد که این شرط می‌تواند رسیدن به تعداد تکرار مشخص و یا رسیدن به همگرایی باشد. [۱۵].

## ۲-۲- پیشینه پژوهش

در پژوهش‌های مختلف روش‌های متعددی برای حل مسئله ردیابی شاخص استفاده شده است که در ادامه پژوهش‌های صورت گرفته در سال‌های اخیر مورد بررسی قرار گرفته است.

جنسن و دیجک [۱۴] مسئله کمینه‌سازی خطای ردیابی را با در نظر گرفتن محدودیت برای تعداد سهام تشکیل دهنده پرتفولیوی، مدنظر قرار دادند. در روش مورد استفاده آن‌ها یک تابع هدف موزون متشکل از خطای ردیابی و تعداد سهام تشکیل دهنده پرتفولیوی کمینه خواهد شد. زمانی که مجموعه سهام مشخص می‌شود، وزنهای بهینه با استفاده از یک رویکرد استاندارد برنامه ریزی درجه دوم محاسبه خواهد شد. کولمن و همکاران [۱۰] نیز چنین رویکردی را مورد استفاده قرار دادند. فابوزی [۱۳] از تکنیک خوشه بندی<sup>۱۲</sup> برای حل مدل ردیابی شاخص استفاده کردند. طبق پژوهش صورت گرفته می‌توان سهام شرکت‌های مختلف را نسبت به شباهت سری زمانی بازده‌های آن‌ها در خوشه‌های مختلفی قرار داد. سپس می‌توان چند سهم را سرمایه‌گذار بر اساس ترجیحات خود انتخاب و با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی وزن سهام‌های موجود در پرتفوی را تعیین کرد. در این پژوهش استدلال شده بود که خوشه بندی عملکرد پایدارتری نسبت به سایر روش‌های حل مدل ردیابی شاخص دارد. یو و همکاران [۲۱] از یک مدل مارکوفیتری به منظور ردیابی شاخص هنگ سنگ استفاده کردند. که مقاله آن‌ها به طور عمده یک مسئله جستجوی شاخص مالی تک مرحله‌ای تحت محدودیت حرکت نزولی ریسک که با مجاز دانستن فروش کوتاه مدت همراه است، بررسی شده است. در این مقاله با توجه به تحدب مسئله، پرتفوی بهینه به وسیله شرایط بهینگی کوهن تاکر<sup>۱۳</sup> (KKT) تحلیل شده است. رافائلی و همکاران [۱۸] به مقایسه حل مدل ردیابی شاخص با استفاده از دو الگوریتم ژنتیک و برنامه ریزی درجه دوم در بورس انگلیس پرداختند. نتایج ارائه شده مزیت روش ژنتیک را با در نظر گرفتن اندازه‌های مختلف و همچنین دوره‌های متعدد به روز رسانی ترکیب برای پرتفوی شاخصی به اثبات رسانید. کوریلی و مارسلینو [۹] در خصوص یک روش حل مدل ردیابی شاخص بر این فرض که قیمت‌های سهام متأثر از یک مدل عاملی هستند، پژوهش نمودند. در روش مورد استفاده آن‌ها شاخص و پرتفوی شاخصی آن دارای ساختار عاملی مشابه بودند. رویکرد به کار گرفته شده عبارت است از مرتب‌سازی عوامل و سپس اضافه کردن سهمی به پرتفوی که دارای بیشترین همبستگی با عامل مورد نظر است. توربیانو و سوارز [۱۹] یک راهبرد ترکیبی متشکل از یک الگوریتم تکاملی و برنامه ریزی درجه دوم را به منظور حل مدل ردیابی شاخص طراحی کردند. کاناگوز و بیزلی [۸] مدل‌سازی مسئله ردیابی شاخص را بر مبنای رگرسیون استوار کرده‌اند. مزیت این روش تبدیل مسئله ردیابی شاخص به یک مسئله خطی است. به عبارت دیگر هر دو مسئله سبب ردیابی و بهبود سبب به یک مدل خطی عدد صحیح تبدیل می‌گردد. آن‌ها همچنین در حل مدل سبب ردیاب، مسئله را به گونه‌ای مدل‌سازی کرده‌اند تا به بازده بیشتر از بازده سبب ردیاب دست پیدا کنند و یک مدل‌سازی جدید ارائه کرده‌اند. مارینگر [۱۵] نیز روش حل فرا ابتکاری

دیفرانسیل تکاملی را برای حل مسئله ردیابی شاخص متوسط داوجونز آمریکا به کار برده است. وی به بیان مزایای روش حل فرا ابتکاری دیفرانسیل تکاملی می پردازد و بیان می کند که اولین مزیت این الگوریتم، داشتن پارامترهای کم و دومین مزیت آن راحتی در استفاده است. وی همچنین از داده های ۱۶۴۸ روز سهام بخش داوجونز آمریکا از مارس ۲۰۰۰ تا نوامبر ۲۰۰۶ استفاده کرده است و داده های مفقود با متوسط نزدیکترین قیمت ها جایگزین شده است. بارو [۶] مسئله سبد ردیاب شاخص را به صورت پویا<sup>۱۴</sup> با در نظر گرفتن حداقل تعداد سهم در سبد ردیاب با توجه به هزینه مبادلات حل کرده است. وی این مسئله را به صورت مدل چند مرحله ای<sup>۱۵</sup> در چارچوب برنامه ریزی تصادفی<sup>۱۶</sup> حل کرده است. سپس با مقایسه روش های حل ایستا با پویا، قدرت حل روش پویا را در سناریوی چینی برای آینده و نه فقط نگاه به گذشته، همچون روش های ایستا، عنوان می دارد. در مدل پیشنهادی وی دوباره چینش سبد ردیاب در نظر گرفته می شود. در مدل پویا وی، ابتدا ساختار درخت سناریوها مشخص می گردد و سپس خطای ردیابی بر اساس این ساختار بهینه می گردد. وی در این مقاله دو مدل پویا ارائه می کند: ۱- در مدل اول یک جریمه وابسته به تغییر و تبدیل سبد ردیاب در تابع هدف لحاظ می گردد. در مدل دوم، هزینه معاملاتی نیز به مدل اول اضافه می شود. وو [۲۰] از یک مدل صفر و یک برای ردیابی شاخص S&P100 استفاده کرده است و نتایج به دست آمده از شاخص هدف و پورترفوی را با یکدیگر مقایسه کرده است. کیانلی و لیانگ باو [۱۷] به کمک الگوریتم چند هدفه سیستم ایمنی<sup>۱۷</sup> که یکی از الگوریتم های نوظهور در زمینه هوش مصنوعی می باشد، مدلی را جهت ارائه صندوق شاخصی بهبود یافته<sup>۱۸</sup> ارائه کردند. در مدل ارائه شده توسط آنان تعریف انحراف از شاخص اصلاح شده و در آن تنها انحرافات نامطلوب در نظر گرفته شده بود. اگر چه مسئله ساختن سبد ردیاب شاخص از جنبه نظری و از دیدگاه تجاری از اهمیت بسیاری برخوردار است، اما ادبیات این موضوع در حوزه های داخلی خیلی کم توسعه یافته است. اما در بازارهای پیشرفته دنیا این رویکرد با رشد بی سابقه ای روبروست.

فرهاد حنیفی، بحرالعلوم و جوادی [۳] برای اولین بار مسئله پرتفوی ردیابی کننده شاخص را در ایران مطرح ساختند. در مسئله مورد نظر با محدودیت عدد صحیح انتخاب ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ سهم از بازار سهام و با استفاده از الگوریتم ژنتیک به حل آن پرداختند. آن ها سه رویکرد الگوریتم ژنتیک کلاسیک، الگوریتم ژنتیک چند مرحله ای و الگوریتم ژنتیک بهبود یافته را برای حل مسئله شاخص محور به کار گرفتند. نتایج حاصله برتری الگوریتم ژنتیک چند مرحله ای را به دلیل دستیابی به پورتفوهایی با خطای ردیابی کمتر به اثبات رساند. ناصر شمس و محسن وره ای [۴] یک روش حل ابتکاری به منظور بهینه سازی مسئله سبد ردیاب شاخص پیشنهاد کردند. محدودیت های مسئله شامل محدودیت عدد صحیح انتخاب تعداد سهام و همچنین محدودیت کف و سقف سرمایه گذاری است. در روش مورداستفاده آن ها مسئله به دو زیر مسئله انتخاب سهام و تخصیص اوزان بهینه تقسیم شده است، و با محدود کردن فضای مسئله به ۳۰ سهم از کل سهام بازار مسئله به صورت قطعی حل شده و در نهایت دو زیر مسئله با هم ترکیب شده اند. رضوان حجازی، داود جعفری سرشت و محمود دلشادی [۲] از یک مدل ردیابی شاخص دوهدفه برای ایجاد یک صندوق شاخصی بهبود یافته استفاده کردند. آن ها از الگوریتم ژنتیک به منظور دستیابی به پرتفویی که هم بازدهی بیش از شاخص و هم کمترین خطای ردیابی

با شاخص داشته باشد، بهره بردند. نتایج مقایسه پرتفوی بهینه آنان نسبت به بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران بدین صورت بود که بازده صندوق شاخصی بهبود یافته از لحاظ آماری با بازده شاخص قیمت و بازده نقدی بورس تهران تفاوت معناداری دارد و بازده صندوق بیش از بازده شاخص است. ابراهیم عباسی و صمد اکبری [۱] از یک مدل ردیابی شاخص برای ایجاد صندوق شاخصی استفاده کردند. آن‌ها برای ایجاد صندوق شاخصی از دو الگوریتم ژنتیک و تبرید شبیه‌سازی شده با استفاده از سهام‌های موجود در بورس تهران بهره بردند که نتیجه آن پژوهش برتری الگوریتم ژنتیک نسبت به الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده با معیار خطای ردیابی کمتر در تشکیل صندوق شاخصی بود.

### ۳- روش شناسی پژوهش

#### ۳-۱- فرضیه‌های پژوهش

- الگوریتم BB-BC برای حل مساله ردیابی شاخص محور با در نظر گرفتن محدودیت زیان‌گریزی، کارایی لازم را دارد.
- میان تعداد سهام موجود در سبد سهام بهینه و دقت ردیابی شاخص همبستگی وجود دارد.

#### ۳-۲- داده‌ها و روش گردآوری اطلاعات

ایجاد یک پرتفوی که از دقت بالایی در ردیابی شاخص برخوردار باشد، نیازمند انتخاب مجموعه سهامی است که در بازه مورد مطالعه دارای بیشترین میزان اثرگذاری بر شاخص بوده است، تا بدین‌وسیله عملکرد پرتفوی حاصل مشابه شاخص و دارای نوساناتی هم‌راستا با آن باشد. بنابراین نمونه آماری این پژوهش، متشکل از شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس نیویورک و شاخص میانگین صنعتی داو جونز و قیمت‌های تعدیل‌شده روزانه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس تهران است که بیشترین تأثیرگذاری را روی شاخص دارند. به‌منظور دستیابی به نمونه‌ای با این ویژگی، روش نمونه‌گیری قضاوتی (فیلترینگ شرکت‌ها) مدنظر قرار گرفته است. به عبارتی آن دسته از شرکت‌هایی که در بازه زمانی پژوهش، دارای بیش از ۱۰۰ روز معاملاتی در هر سال باشند، به‌منظور ایجاد فضای جواب الگوریتم‌های پیشنهادی پژوهش انتخاب شده‌اند. هم‌چنین قیمت‌های شرکت‌های تشکیل‌دهنده شاخص داو جونز از وب‌سایت [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com) و قیمت‌های تعدیل‌شده شرکت‌های تشکیل‌دهنده شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس تهران از نرم‌افزار TSE Client استخراج شده است.

#### ۳-۳- مدل پژوهش

##### ۳-۳-۱- ریسک‌گریزی<sup>۱۹</sup> و زیان‌گریزی<sup>۲۰</sup>

معمولاً خطای ردیابی را بصورت ریشه میانگین مربع تفاضل بین بازده‌ها پرتفوی و شاخص در نظر می‌گیرند. این سنجه ترجیحات سرمایه‌گذار برای انحرافات مثبت را در نظر نمی‌گیرد و بین تغییرات صعودی و نزولی بازارها تمایزی قائل نمی‌شود همچنان به حداقل رساندن این خطا در ردیابی به معنی حداکثر نمودن مطلوبیت



سرمایه‌گذار نیست. مطالعات در حوزه مالی رفتاری نشان می‌دهند که مطلوبیت افراد علاوه بر سطح سرمایه‌آتی، تحت تأثیر حدی خاص قرار می‌گیرد که ممکن است بالاتر یا پایین‌تر از سطح سرمایه‌آتی باشد و این حد معمولاً سطح ثروت کنونی افراد است. چنانچه این سطح افزایش در ثروت را نشان دهد مسلماً مطلوبیت افراد بیشتر از زمانی است که این سطح کاهش ثروت را نشان می‌دهد.

در واقع سرمایه‌گذاران واکنش و حساسیت بیشتری نسبت به زیان‌ها در مقایسه با تعاریف متداول ریسک نشان می‌دهند. یک راه ساده برای مدل نمودن این رفتار تعریف سنجه زیان‌گریزی  $\lambda$  و انتقال سطوح واقعی ثروت  $w_T$  به ثروت تحصیل شده  $\bar{w}_T$  است که با استفاده از آن زیان‌ها تقویت شده در حالیکه سود بدون تغییر می‌ماند.

$$\bar{w}_T = \begin{cases} w_0 \cdot \exp(r) & r \geq 0 \\ w_0 \cdot \exp(r \cdot \lambda) & r < 0 \end{cases} = w_0 \cdot \exp(r \cdot (1 + (\lambda - 1) \mathcal{I}_{r < 0}) \quad (4)$$

که در رابطه ۴،  $r$  لگاریتم بازده  $(r = \ln(w_T/w_0))$  و  $\mathcal{I}_{r < 0}$  یک شاخص باینری برای زیان‌ها است که در صورتی که  $r < 0$  باشد برابر ۱ و در غیر اینصورت صفر خواهد بود. اگر  $\lambda = 1$  باشد، تغییری در شدت اثر زیان‌ها در مدل بوجود نمی‌آید در حالی که اگر  $\lambda > 1$  باشد مدل زیان‌گریزی بیشتری از خود نشان می‌دهد. برای حالتی  $\lambda < 1$  است اثر زیان در مدل تضعیف شده که در نتیجه به آن پرداخته نمی‌شود.

می‌توان این گونه بیان کرد که سرمایه‌گذار نگران انحرافات بازده پرتفولیوی ردگیری کننده  $r_p$  از بازدهی شاخص  $r_I$  است.

$$\bar{\Delta r} = \begin{cases} r_p - r_I & r_p \geq r_I \\ (r_p - r_I) \cdot \lambda & r_p < r_I \end{cases} = (r_p - r_I) \cdot (1 + (\lambda - 1) \mathcal{I}_{r_p < r_I}) \quad (5)$$

که در رابطه ۵،  $\mathcal{I}_{r_p < r_I}$  عملکرد مغلوب شده پرتفوی ردگیری کننده را نشان می‌دهد. پارامتر  $\lambda$  را می‌توان شبیه زیان‌گریزی در سطح  $\lambda > 1$  تفسیر نمود، بنابراین زیان‌ها بزرگنمایی شده و اثر آن‌ها بیشتر از حالت ریسک‌گریزی است. هر چه که  $\lambda$  از یک بزرگتر باشد اثر مخرب زیان‌ها بیشتر بوده و تصمیم‌ساز با حساسیت بیشتری سعی در دفع این گونه انحرافات دارد. بنابراین طبق این چهارچوب ترجیحات غیر متقارن تصمیم‌ساز معرفی و تقویت می‌گردند. علاوه بر این زیان‌گریزی بالا سهم انحرافات مثبت را در محاسبه  $TE$  کاهش می‌دهد.

### ۳-۲- مسئله خطای ردیابی شاخص با در نظر گرفتن زیان‌گریزی

بنابر شرایط دنیای واقعی ردیابی شاخص با برخی موانع و محدودیت‌های عملی روبرو است. می‌توان این گونه فرض کرد که سرمایه‌گذار با بودجه معین اولیه ( $B_0$ ) شروع به سرمایه‌گذاری نموده و فقط  $n_i$  سهم (عدد طبیعی و غیر منفی) از سهام  $i$  ام را می‌تواند بخرد. اگر این سهم قیمت اولیه  $S_{0,i}$  داشته باشد بنابراین نسبت اولیه‌ای که در این سهم سرمایه‌گذاری می‌شود برابر است با  $x_{0,i} = (n_i \cdot S_{0,i}) / B_0$ . در صورتی که قیمت به‌مرور زمان تغییر کرده اما مقدار ثابت بماند نسبت دارایی  $i$  نیز در طول زمان تغییر خواهد کرد. چنانچه محدودیت‌های حد بالا  $x^u$  و پایین سرمایه‌گذاری  $x^l$  را برای وزن دارایی‌های پرتفوی داشته باشیم و فروش استقراسی نیز وجود

نداشته باشد، مقدار  $n_t$  نیز در محدوده خاصی تغییر کرده و یا برابر با صفر می‌گردد. با این فرض این محدودیت‌ها بایستی تنها در زمان  $t=0$  برقرار باشند. بنابراین اگر قیمت در دوره نگهداری تغییر کند و این محدودیت‌ها نقض گردند نیازی به بازنگری در پرتفوی نخواهد بود. لازم به ذکر است که افزوده شدن حد بالا و پایین به‌طور ضمنی محدودیت عدد صحیح<sup>۲۱</sup> را نیز به مدل اضافه می‌کند. هیچ یک از دارایی‌ها نباید از مقدار حد اولیه  $x^u$  تجاوز کند بنابراین حداقل  $k^{min} = [1/x^u]$  و برای حد پایینی وزن دارایی‌ها حداکثر بایستی  $k^{max} = [1/x^l]$  وزن مثبت بایستی گنجانده شود. ارزش پرتفوی در زمان  $t$  برابر خواهد بود با  $P_t = \sum_{i=1}^N n_i S_{t,i}$  که  $S_{t,i}$  قیمت سهم  $i$  را در زمان  $t$  نشان می‌دهد. با این تعاریف ردیابی شاخص  $I$  با استفاده از پرتفوی  $P$  مستلزم وجود بازده روزانه  $r_{t,I}$  و  $r_{t,P}$  برای بیش از یک دوره است که این دو مقدار بایستی تا حد امکان نزدیک بهم باشند. علاوه بر این انحرافات منفی مطلوبیت کمتری نسبت به انحرافات مثبت دارند. بنابراین سرمایه‌گذار تمایل به حداقل نمودن اختلافات بر مبنای سطح زیان‌گریزی خود دارد که این اختلافات به زیان‌ها مربوط می‌شوند. یک سنججه معروف برای خطای ردگیری  $TE$  ریشه میانگین مجذور انحرافات بازده است. این سنججه برای اندازه‌گیری انحرافات بدست آمده  $\overline{\Delta r}$  مورد استفاده قرار می‌گیرد. ردیابی شاخص عبارت است از ایجاد یک پرتفولیوی سرمایه‌گذاری به‌منظور دستیابی به عملکردی مشابه با شاخص مینا. به دلیل کاهش هزینه‌های معاملاتی، تنها زیرمجموعه‌ای از سهام تشکیل دهنده شاخص در پرتفولیوی لحاظ خواهد شد. به عبارت دیگر در جستجوی مجموعه‌ای مناسب سهام هستیم که به خوبی شاخص را در یک بازه زمانی در گذشته  $(0, T)$  ردیابی کرده و بتواند به‌گونه‌ای اثربخش عملکردی مشابه با شاخص کل قیمت و بازده نقدی را در بازه زمانی  $(T, T+\varepsilon)$  نیز ایجاد کند. تابع هدف حداقل کردن خطای ردیابی این زیرمجموعه از سهام است که در این تحقیق تابعی از اختلاف میان بازده پرتفولیوی زمانی ردیابی کننده و شاخص در نظر گرفته شده است. مدل مورد استفاده در این پژوهش، مدل ردیابی شاخص محدود با در نظر گرفتن زیان‌گریزی است. این مسئله را می‌توان به شکل معادلات ۶ الی ۱۲ تعریف نمود:

$$\min TE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \overline{\Delta r}_t^2} \quad (6)$$

Subjected to:

$$\overline{\Delta r}_t = (r_{t,P} - r_{t,I}) \cdot (1 + (\lambda - 1) \mathfrak{S}_{r_{t,P} < r_{t,I}}) \quad (7)$$

$$r_{t,P} = \ln(P_t/P_{t-1}), \quad r_{t,I} = \ln(I_t/I_{t-1})$$

$$\mathfrak{S}_{r_{t,P} < r_{t,I}} = \begin{cases} 1 & \text{if } r_{t,P} < r_{t,I} \\ 0 & \text{if } r_{t,P} \geq r_{t,I} \end{cases} \quad (8)$$

$$P_t = \sum_{i=1}^N n_i S_{t,i} \quad (9)$$

$$n_i \in \mathbb{N}_0^+ \quad (10)$$

$$n_i : \begin{cases} x^l \leq \frac{n_i \cdot S_{0,i}}{B_0} \leq x^u & \text{if asset } i \text{ is included} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^N n_i \cdot S_{0,i} = B_0 \quad (12)$$

فضای این مسئله غیر محدب بوده و محدودیت عدد صحیح روی تعداد دارایی‌ها موجب گسسته شدن مسئله می‌گردد بنابراین روش‌های متداول عددی برای حل این مسئله قابل استفاده نمی‌باشند در نتیجه بایستی از روش‌های ابتکاری/فرا ابتکاری برای حل مسئله بهره گرفت که انعطاف بیشتری در خصوص شکل فضای حل دارند. [۱۵]. بنابراین در این پژوهش، هدف انتخاب پرتفوی بهینه ردیابی کننده با استفاده از رویکرد جدید الگوریتم BB-BC است. جهت بررسی عملکرد الگوریتم BB-BC آن را با الگوریتم DE مورد مقایسه قرار خواهیم داد.

### ۳-۴- الگوریتم BB-BC برای حل مدل ردیابی شاخص با در نظر گرفتن زیان گریزی

گام اول - تولید جواب/ولیه:  $M$  پرتفولیوی با استفاده از مراحل ۱ تا ۵ تولید می‌شود.

مرحله ۱- یک دارایی به تصادف از بین دارایی‌های موجود که برای آن‌ها رابطه  $d > S_{0,i} \left[ \frac{x^l B_0}{S_{0,i}} \right]$  برقرار است انتخاب می‌کنیم که با اندیس  $s$  نمایش داده می‌شود. پارامتر  $d$  را به صورت مقدار باقی مانده از سرمایه اولیه ( $B_0$ ) تعریف می‌کنیم. در اولین اجرای الگوریتم چون هیچ تخصیصی انجام نگرفته است  $d = B_0$  می‌باشد. مرحله ۲- در این گام تعداد خرید از دارایی انتخاب شده ( $n_s$ ) مشخص می‌شود. به این صورت که یک مقدار تصادفی طبیعی بین بازه  $\left[ \left[ \frac{x^l B_0}{S_{0,c}} \right], \min \left\{ \left[ \frac{d}{S_{0,c}} \right], \left[ \frac{x^u B_0}{S_{0,c}} \right] \right\} \right]$  تولید شده و به  $n_s$  تخصیص می‌یابد.

بدین ترتیب محدودیت‌های (۳) و (۴) همواره برقرار خواهد بود.

مرحله ۳- مقدار  $d$  بروز رسانی می‌شود  $(d = d - n_s S_{0,s})$ .

مرحله ۴- اگر  $d < \min\{x^l(i)B_0 | \forall i = 1, 2, \dots, N\}$  به گام پنجم رفته و در غیر این صورت به گام اول باز می‌گردیم.

مرحله ۵- تابع تناسب با استفاده از رابطه ۱۳ برای جواب بدست آمده (پرتفوی  $p$ ) محاسبه می‌شود:

$$f^p = -\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \widetilde{\Delta r}_{tp}^2} \quad (13)$$

که در رابطه فوق:

$$\widetilde{\Delta r}_{tp} = (r_{t,p} - r_{t,I}) \cdot (1 + (\lambda - 1) \mathfrak{I}_{r_{t,p} < r_{t,I}})$$

$$r_{t,p} = \ln(P_t/P_{t-1}), \quad r_{t,I} = \ln(I_t/I_{t-1})$$

$$\mathfrak{I}_{r_{t,p} < r_{t,I}} = \begin{cases} 1 & \text{if } r_{t,p} < r_{t,I} \\ 0 & \text{if } r_{t,p} \geq r_{t,I} \end{cases}$$

در مراحل فوق چنانچه دارایی بیش از یک بار انتخاب شود و  $\mu$  نشان دهنده مجموع تعداد این دارایی در انتخاب‌های قبلی باشد، در گام دوم بازه انتخاب شده برای  $\eta_c$  به صورت رابطه 14 تقلیل پیدا خواهد کرد.

$$\left( \left[ \frac{x^t B_0}{S_{0,c}} \right] - \mu, \min \left\{ \left[ \frac{d}{S_{0,c}} \right], \left[ \frac{x^u B_0}{S_{0,c}} \right] \right\} - \mu \right) \quad (14)$$

گام دوم - پیدا کردن مرکز چگال:  $\varphi$ ٪ از کل پرتفولیوهایی که بهترین مقادیر تابع تناسب را دارند انتخاب می‌گردند، این مجموعه را با SA نمایش می‌دهیم.

مقدار  $n_i^c$  (تعداد دارایی  $i$  در پرتفولیوی مرکز چگال) با استفاده از رابطه 15 محاسبه می‌شود:

$$n_i^c = \begin{cases} \left[ \frac{\sum_{\forall p \in SA} - \frac{1}{f^p} n_{ip}}{\sum_{\forall p \in SA} - \frac{1}{f^p}} \right] & \text{if } n_i^c \geq \left[ \frac{\sum_{\forall p \in SA} - \frac{1}{f^p} n_{ip}}{\sum_{\forall p \in SA} - \frac{1}{f^p}} \right] + 0.5 \\ \left[ \frac{\sum_{\forall p \in SA} - \frac{1}{f^p} n_{ip}}{\sum_{\forall p \in SA} - \frac{1}{f^p}} \right] & \text{if } n_i^c < \left[ \frac{\sum_{\forall p \in SA} - \frac{1}{f^p} n_{ip}}{\sum_{\forall p \in SA} - \frac{1}{f^p}} \right] + 0.5 \end{cases} \quad (15)$$

گام سوم - تشکیل  $M$  پرتفولیوی جدید:  $M$  پرتفولیوی جدید با استفاده از گام‌های (3-1) تا (3-7) تولید می‌شود:

3-1 - دارایی  $i$  از بین  $N$  دارایی موجود به تصادف انتخاب می‌شود.

3-2 - یک عدد تصادفی  $r$  با استفاده از توزیع یکنواخت در بازه  $[0,1]$  تولید می‌شود.

3-3 - از آن جایی که پرتفولیوی جدید بر اساس مرکز چگال تولید می‌شود بنابراین حداکثر و حداقل مقداری که تعداد دارایی  $i$  در پرتفولیوی جدید ( $n_i^n$ ) می‌تواند نسبت به دارایی متناظر در مرکز چگال انحراف داشته باشد را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\beta_1 = S_{0,i} \left[ \frac{x^t B_0}{S_{0,i}} \right] - n_i^c \quad * \text{ حد پایین انحراف } n_i^n \text{ از } n_i^c \text{ برابر است با:}$$

$$\beta_2 = S_{0,i} \left[ \frac{x^u B_0}{S_{0,i}} \right] - n_i^c \quad * \text{ حد بالای انحراف } n_i^n \text{ از } n_i^c \text{ برابر است با:}$$

همانگونه که پیشتر عنوان شد با افزایش تعداد اجراهای الگوریتم انحراف جواب‌های جدید تولید شده از مرکز چگال کاهش پیدا می‌کند بنابراین حدود خود به صورت ذیل اصلاح می‌شود:

$$* \text{ اگر } n_i^c < S_{0,i} \frac{x^t B_0}{S_{0,i}} \text{ باشد: } \beta_1 \text{ بدون تغییر می‌ماند و } \beta_2 = \max \left( \left[ \frac{S_{0,i} \left[ \frac{x^u B_0}{S_{0,i}} \right] - n_i^c}{e} \right], \beta_1 \right)$$

$$* \text{ اگر } n_i^c > S_{0,i} \frac{x^u B_0}{S_{0,i}} \text{ باشد: } \beta_1 = \min \left( \left[ \frac{S_{0,i} \left[ \frac{x^t B_0}{S_{0,i}} \right] - n_i^c}{e} \right], \beta_1 \right) \text{ و } \beta_2 \text{ بدون تغییر می‌ماند.}$$

مقدار  $e$  در مخرج کسر تابعی از مقدار  $r$  تولید شده در گام 3-2 می‌باشد. چنانچه  $r \leq \gamma$  باشد،  $e$  به صورت یک عدد تصادفی طبیعی از یک تا شماره تکرار فعلی الگوریتم ( $t$ ) خواهد بود و در غیر این صورت  $e = t$  یکی از

پارامترهای الگوریتم می‌باشد. هنگامی که تعداد تکرارهای الگوریتم ( $t$ ) افزایش پیدا می‌کند طبق تعریف بازه  $[\beta_1, \beta_2]$  به کوچکتر و کوچکتر شده و در نهایت به صفر میل می‌کند بنابراین با تصادفی کردن  $e$  توسط پارامتر  $\gamma$  از همگرایی زودرس الگوریتم که به علت کوچک شدن بازه تغییرات نسبت به  $n_i^c$  جلوگیری می‌شود. همچنین تعریف بازه‌ها به این شکل باعث می‌شود مقدار جواب تولید شده برای  $n_i^n$  همواره شدنی باشد.

۳-۴- یک مقدار تصادفی عدد صحیح ( $\omega$ ) در بازه  $[\beta_1, \beta_2]$  تولید شده و  $n_i^n$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$n_i^n = n_i^c + \omega \quad (16)$$

بدیهی است که با افزایش تعداد تکرارها  $n^n$  به سمت  $n^c$  میل کرده و جواب‌های جدید تولید شده بیشتر و بیشتر به مرکز چگال شبیه خواهند شد.

$$d = d - n_i^n * S_{0,i} \quad \text{۳-۵- مقدار } d \text{ بروز می‌شود:}$$

۳-۶- چنانچه  $d \geq \min\{x^l(i)B_0 | \forall i = 1, 2, \dots, N\}$  به گام (۳-۱) الی (۳-۴) باز می‌گردیم، در غیر این صورت پرتفولیو جدید کامل شده است.

چنانچه دارایی انتخاب شده در گام (۳-۱) الی (۳-۴) دارای مقدار باشد (قبلاً انتخاب شده باشد) مقادیر  $\beta_1$  و  $\beta_2$  به صورت زیر تغییر خواهد کرد:

$$\beta_2 = \max\left(\left[\frac{S_{0,i} \left| \frac{x^u B_0}{S_{0,i}} - n_i^n \right|}{e}\right], \beta_1\right) \quad \text{اگر } n_i^c < S_{0,i} \frac{x^l B_0}{S_{0,i}} \text{ باشد:}$$

$$\beta_1 = \min\left(\left[\frac{S_{0,i} \left| \frac{x^l B_0}{S_{0,i}} - n_i^n \right|}{e}\right], \beta_1\right) \quad \text{اگر } n_i^c > S_{0,i} \frac{x^u B_0}{S_{0,i}} \text{ باشد:}$$

که  $n_i^n$  آخرین مقدار محاسبه شده برای تعداد سهام  $i$  در پرتفولیو می‌باشد. با این شیوه، محدودیت‌های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) همواره، شدنی خواهد بود.

۳-۷- تابع تناسب پرتفولیوی جدید با استفاده از رابطه ۱۲ محاسبه می‌شود:

$$f^n = -\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Delta \bar{r}_{tn}^2} \quad (17)$$

گام چهارم- پالایش جمعیت جدید: جمعیت تولید شده در تکرار قبلی الگوریتم (جمعیت اولیه در اولین تکرار) و جمعیت تولید شده در تکرار کنونی را به ترتیب مقدار تابع تناسب مرتب می‌نماییم و  $M$  پرتفولیوی که بیشترین مقدار تابع تناسب را دارند برای محاسبه مرکز چگال انتخاب می‌شود. به گام ۲ باز گشته و الگوریتم تکرار می‌شود تا تعداد تکرارهای مورد نیاز برای الگوریتم تحقق یابد. تنها در صورتی از مرکز چگال جدید برای تولید جواب در تکرار بعد استفاده خواهد شد که مقدار تابع تناسب آن از مقدار تابع تناسب مرکز چگال قبلی کمتر باشد.

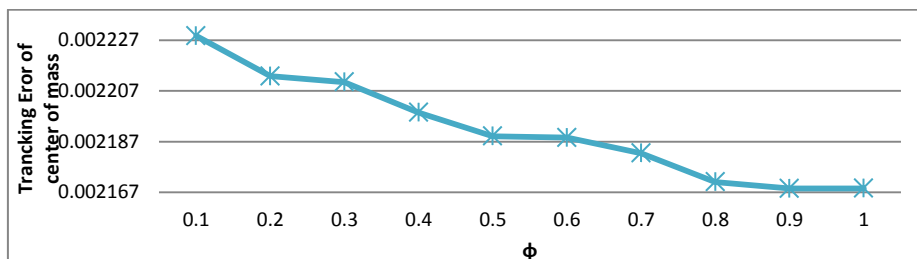
گام پنجم- انتخاب بهترین جواب: بهترین پرتفولیوی بدست آمده با بیشترین مقدار تابع تناسب در طی تکرارهای الگوریتم به‌عنوان خروجی چاپ می‌شود.

#### ۴- یافته‌های پژوهش

در این پژوهش از الگوریتم BB-BC و DE برای انتخاب سبد سهام شاخص محور در بازار بورس نیویورک و شاخص داوجونز<sup>۲۳</sup> و بورس تهران و شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس تهران استفاده نموده و به تحلیل نتایج به دست آمده و مقایسه آن‌ها با یکدیگر پرداخته شد. برای نتایج محاسباتی از سهام موجود در شاخص میانگین صنعت داوجونز برای ردیابی شاخص استفاده شده است. قیمت‌های روزانه اصلاح شده برای ۶۵ سهم که از وب سایت <http://www.finance.yahoo.com> برای بازه زمانی مارس ۲۰۰۰ تا نوامبر ۲۰۰۶ استخراج شده‌اند که در مجموع ۱۶۴۸ روز مشاهده را شامل می‌شوند. ۹ داده از دست رفته با میانگین قیمت روزهای مجاور جایگزین شده‌اند. برای تحلیل‌های مالی، داده‌های تست داخل نمونه<sup>۲۳</sup> شامل داده مربوط به سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۴ می‌شود و داده‌های تست خارج از نمونه<sup>۲۴</sup> شامل مابقی روزهای مورد مطالعه هستند. بودجه اولیه برابر با ۱۰۰/۰۰۰ دلار در نظر گرفته شده است و محدودیت‌های وزنی بودجه تخصیص یافته به هر سهم به ترتیب برابر  $x^h = 0.5$  و  $x^l = 0.01$  می‌باشد. علاوه بر این از شرکت‌های تشکیل دهنده شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس تهران از فروردین ۱۳۹۱ تا مهر ۱۳۹۳ برای ردیابی این شاخص با استفاده از الگوریتم BB-BC در ادامه استفاده شده است. هم‌چنین برای حل مدل ردیابی شاخص با الگوریتم‌های BB-BC و DE از نرم افزار MATLAB برای کد کردن این الگوریتم‌ها بهره گرفته شده است.

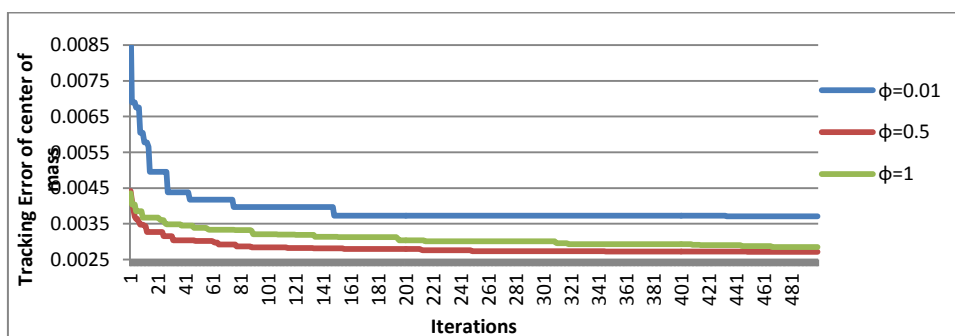
#### ۴-۱- تنظیم پارامترهای الگوریتم BB-BC

الگوریتم BB-BC دارای دو پارامتر اصلی  $\varphi$  و  $\gamma$  می‌باشد که برای تنظیم آن‌ها از طراحی آزمایشات (DOE) در سطح اطمینان ۹۵٪ و ۵ بار آزمایش تحت مقدارهای مختلف این پارامترها بهره گرفته شده است. پارامتر  $\varphi$  تعیین کننده درصد مشارکت پرتفولیوهای ایجاد شده در تشکیل مرکز چگال می‌باشد. چنانچه مقدار این پارامتر کاهش پیدا کرده و به سمت صفر میل کند به این معنی است که فقط از بهترین پرتفولیو با کمترین مقدار تابع تناسب (که در این مسئله خطای ردگیری می‌باشد) برای ایجاد مرکز چگال استفاده شده است. در حالت عکس چنانچه این پارامتر به سمت یک میل کند تمامی پرتفولیوهای ایجاد شده در تشکیل مرکز چگال مشارکت خواهند داشت. تغییرات خطای ردیابی شاخص نسبت به این پارامتر در شکل ۱ قابل مشاهده می‌باشد.



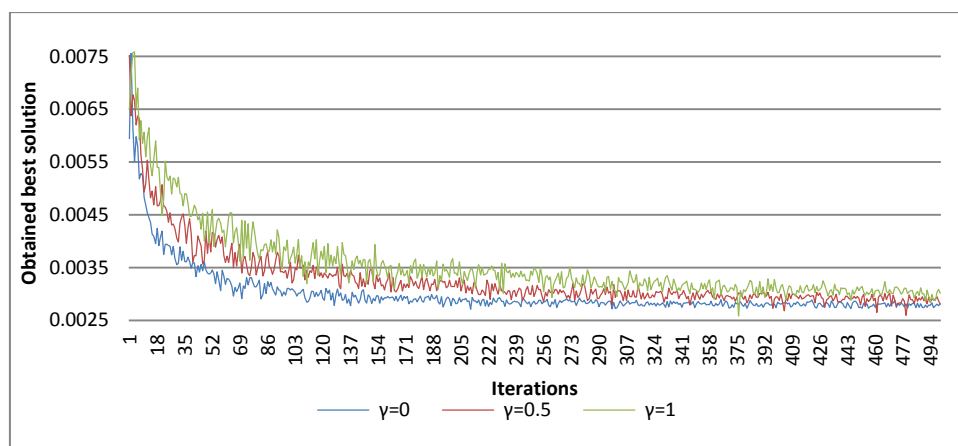
شکل ۱: تغییرات خطای ردیابی نسبت به پارامتر  $\phi$

همانگونه که در شکل (۱) ملاحظه می‌شود کمترین مقدار خطای ردگیری مربوط به بیشترین مقدار  $\phi$  برابر با یک می‌باشد. در توجیه این موضوع می‌توان این گونه بیان نمود که در مسئله ردیابی شاخص هدف تولید پرتفویی بوده که بازده آن کمترین انحراف بازده را با بازده شاخص داشته باشد به تبع این موضوع هرچه تعداد دارایی‌های موجود در پرتفو بیشتر باشد، بازدهی پرتفولیو با دقتی بیشتری می‌تواند نوسانات بازدهی شاخص را پوشش دهد. هر چه مقدار  $\phi$  بیشتر باشد تنوع دارایی‌های مرکز چگال افزایش پیدا کرده و در نتیجه تنوع پرتفولیوهای جدیدی که بر مبنای مرکز چگال ایجاد می‌شوند نیز بیشتر خواهد بود. این تنوع بالا علاوه بر نقطه قوت ذکر شده نقطه ضعفی نیز برای پرتفولیو به حساب می‌آید چرا که همین مسئله موجب افزایش هزینه‌های معاملاتی در دنیای واقعی خواهد بود. بنابراین می‌توان از این پارامتر به عنوان ابزاری برای متنوع نمودن پرتفولیوهای ایجاد شده استفاده نمود. علاوه بر این مورد همانگونه که در شکل (۲) مشاهده می‌شود با افزایش مقدار  $\phi$  (برابر با یک) تغییرات مرکز چگال بیش از حالتی است که مقدار  $\phi$  اندک است (برابر با ۰,۰۱). این تغییرات منجر به بهبود جستجوی سراسری الگوریتم شده و از به دام افتادن الگوریتم در بهینه موضعی جلوگیری می‌کند. با توجه به آزمایشات انجام شده  $\phi$  برابر یک بهترین پارامتر برای الگوریتم BB-BC برای حل این مسئله می‌باشد.



شکل ۲: تغییرات خطای ردیابی مرکز چگال با تغییر پارامتر  $\phi$

پارامتر  $\gamma$  ابزاری برای کنترل سرعت همگرایی الگوریتم و همچنین تغییر میزان تصادفی بودن جواب‌ها می‌باشد. هر چه این پارامتر به سمت صفر میل کند همگرایی زودتر اتفاق افتاده و به صورت معکوس هر چه مقدار آن به سمت یک میل کند تصادفی بودن الگوریتم بیشتر خواهد شد. در شکل (۲) روند تغییر در بهترین جواب‌های بدست آمده در هر تکرار برای سه مقدار مختلف  $\gamma$  مشاهده می‌شود.



شکل ۳: تاثیر پارامتر  $\gamma$  در تغییر خطای ردیابی

با توجه به آزمایشات انجام شده بهترین مقدار برای  $\gamma$  برابر با ۰٫۸۵ خواهد بود. همانگونه که در شکل فوق مشاهده می‌شود همگرایی برای مقدار  $\gamma=0$  در کمتر از تکرار ۱۵۰ ام و برای مقدار  $\gamma=0.5$  در کمتر از تکرار ۴۰۰ ام رخ داده است. برای مقدار  $\gamma=1$  در ۵۰۰ تکرار اول همگرایی رخ نداده است. نوسانات جواب نیز با افزایش مقدار  $\gamma$  افزایش پیدا می‌کند.

#### ۴-۲- مقایسه نتایج حاصل از BB-BC و DE در ردیابی شاخص داوجونز

برای مسئله ردیابی شاخص درخصوص مجموعه داده‌های *DJIA*، زبان گریزی ( $\lambda > 1$ ) در مقایسه با سرمایه‌گذارانی که نسبت به زبان بی تفاوت هستند ( $\lambda = 1$ ) اثر خود را در تغییر مقدار بازده نمایش می‌دهد. با توجه به جدول شماره (۱) در حالیکه فراوانی زبان‌ها کم و بیش بدون تغییر باقی می‌ماند میانگین انحرافات بین بازده پرتفولیوی ردیابی کننده و بازده شاخص افزایش پیدا می‌کند. چولگی<sup>۲۶</sup> این انحراف‌ها (برای سرمایه‌گذاران زبان گریز) در سطوح بالاتر  $\lambda$  افزایش پیدا می‌کند. همچنین انحراف استاندارد  $\sigma_D$  نیز بدون تغییر مانده است.



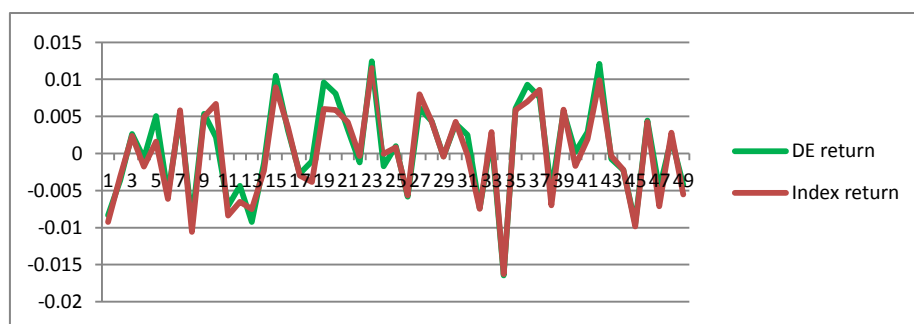
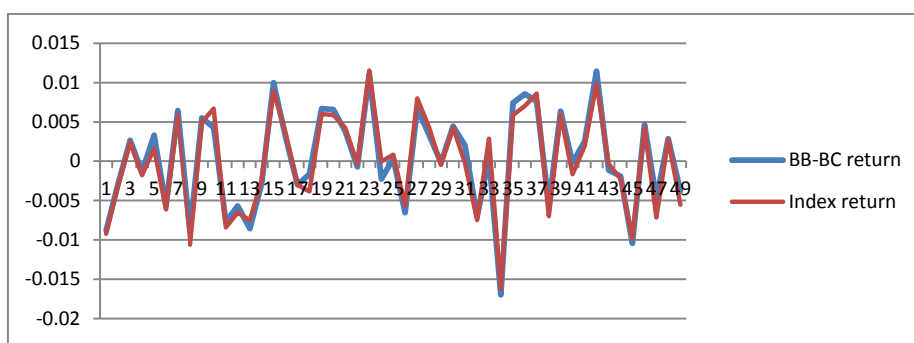
جدول (۱) فراوانی زیان ها و آماره های تفاوت بین بازده پرتفولیوی ردیابی کننده و شاخص ( $r_D = r_P - r_I$ ) تحت شرایط بی تفاوتی نسبت به زیان ( $\lambda = 1$ ) و زیان گریزی ( $\lambda > 1$ )

$\lambda$	۲۰۰۰ - ۰۲		۲۰۰۱ - ۰۳		۲۰۰۲ - ۰۴		۲۰۰۳ - ۰۵		۲۰۰۴ - ۰۶		۲۰۰۵ - ۲۰۰۷	
frequency of losses, mean( $\sum r_D < 0$ )												
	DE	BB-BC	DE	BB-BC	DE	BB-BC	DE	BB-BC	DE	BB-BC	DE	BB-BC
۱,۰۰	۰,۰۵۲۱	۰,۴۹۵۰	۰,۴۸۷۳	۰,۴۹۰۰	۰,۴۶۷۵	۰,۴۷۶۸	۰,۴۸۴۷	۰,۴۸۲۱	۰,۴۸۹۱	۰,۴۹۱۸	۰,۴۶۲۶	۰,۴۶۶۸
۱,۲۵	۰,۴۹۲۲	۰,۴۹۳۶	۰,۴۸۳۳	۰,۴۸۸۶	۰,۴۷۱۵	۰,۴۷۸۱	۰,۴۸۴۷	۰,۴۷۵۴	۰,۴۸۶۳	۰,۴۸۶۳	۰,۴۷۳۰	۰,۴۶۶۸
۱,۵۰	۰,۴۸۹۴	۰,۴۹۶۴	۰,۴۸۴۶	۰,۴۸۸۶	۰,۴۷۴۱	۰,۴۷۵۴	۰,۴۸۳۴	۰,۴۷۸۱	۰,۴۸۷۷	۰,۴۸۹۱	۰,۴۷۵۱	۰,۴۶۴۷
mean( $r_D$ )												
۱,۰۰	۰,۰۰۰۱	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۰۵	۰,۰۰۰۵	۰,۰۰۰۸	۰,۰۰۰۸	۰,۰۰۰۶	۰,۰۰۰۶	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۰۴
۱,۲۵	۰,۰۰۰۱	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۷	۰,۰۰۰۵	۰,۰۰۰۹	۰,۰۰۰۸	۰,۰۰۰۷	۰,۰۰۰۷	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۰۴
۱,۵۰	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۰۶	۰,۰۰۰۵	۰,۰۰۰۸	۰,۰۰۰۸	۰,۰۰۰۷	۰,۰۰۰۶	۰,۰۰۰۵	۰,۰۰۰۴
std( $r_D$ )												
۱,۰۰	۰,۰۲۰۲	۰,۰۲۰۲	۰,۰۱۹۲	۰,۰۱۹۲	۰,۰۱۸۵	۰,۰۱۸۵	۰,۰۱۶۷	۰,۰۱۶۷	۰,۰۱۵۹	۰,۰۱۵۹	۰,۰۱۴۷	۰,۰۱۴۷
۱,۲۵	۰,۰۲۰۴	۰,۰۲۰۱	۰,۰۱۹۲	۰,۰۱۹۱	۰,۰۱۸۵	۰,۰۱۸۵	۰,۰۱۶۷	۰,۰۱۶۷	۰,۰۱۵۹	۰,۰۱۵۹	۰,۰۱۴۷	۰,۰۱۴۷
۱,۵۰	۰,۰۲۰۲	۰,۰۲۰۳	۰,۰۱۹۱	۰,۰۱۹۲	۰,۰۱۸۵	۰,۰۱۸۵	۰,۰۱۶۷	۰,۰۱۶۷	۰,۰۱۵۹	۰,۰۱۵۹	۰,۰۱۴۷	۰,۰۱۴۷
skewness( $r_D$ )												
۱,۰۰	۰,۰۵۹۲	۰,۱۱۷۲	۰,۲۹۶۷	۰,۲۴۷۴	۰,۰۷۸۷	۰,۰۶۶۴	۰,۰۶۸۰	۰,۰۷۹۷	۰,۰۱۴۹	۰,۰۳۲۷	۰,۳۰۲۱	۰,۳۰۷۹
۱,۲۵	۰,۰۷۱۲	۰,۱۳۷۶	۰,۲۸۸۴	۰,۲۴۷۱	۰,۰۸۳۰	۰,۰۶۳۰	۰,۰۸۲۵	۰,۰۷۷۲	۰,۰۱۹۳	۰,۰۲۳۵	۰,۲۷۶۱	۰,۳۰۸۴
۱,۵۰	۰,۱۱۴۸	۰,۱۱۷۹	۰,۲۶۱۶	۰,۲۵۱۸	۰,۰۵۹	۰,۰۶۰۷	۰,۰۷۴۳	۰,۰۷۷۵	۰,۰۲۳۸	۰,۰۲۳۴	۰,۳۰۷۹	۰,۳۰۳۵
actual Tracking Error, mean( $r_{2D}$ )												
۱,۰۰	۰,۰۰۲۶	۰,۰۰۲۲	۰,۰۱۹۰	۰,۰۱۹۰	۰,۰۱۸۱	۰,۰۱۸۱	۰,۰۱۶۴	۰,۰۱۶۳	۰,۰۱۵۸	۰,۰۱۵۷	۰,۰۱۴۵	۰,۰۱۴۵
۱,۲۵	۰,۰۰۲۸	۰,۰۰۲۴	۰,۰۲۱۴	۰,۰۲۱۴	۰,۰۲۰۳	۰,۰۲۰۲	۰,۰۱۸۵	۰,۰۱۸۳	۰,۰۱۷۹	۰,۰۱۷۷	۰,۰۱۶۳	۰,۰۱۶۳
۱,۵۰	۰,۰۰۲۵	۰,۰۰۲۷	۰,۰۱۹۰	۰,۰۲۴۲	۰,۰۱۸۱	۰,۰۲۲۸	۰,۰۱۶۳	۰,۰۲۰۶	۰,۰۱۵۸	۰,۰۲۰۰	۰,۰۱۴۵	۰,۰۱۸۳

از آن جایی که سهام موجود در شاخص داوجونز در سال‌های مورد مطالعه متغیر بوده‌اند لذا برای بررسی بهتر الگوریتم‌ها بازه زمانی ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۶ به صورت دو ساله تقسیم‌بندی شده و نتایج به صورت مجزا بررسی شده‌اند. موارد بررسی شده در جدول (۱) شامل فرکانس زیان پرتفولیوهای ایجاد شده به دو روش، انحراف از بازده شاخص، انحراف استاندارد، چولگی و خطای ردیابی می‌باشد. بدیهی است هر چه فرکانس زیان کمتر بوده مطلوبیت پرتفوی تشکیل شده برای سرمایه‌گذار بیشتر می‌باشد. انحراف از شاخص نیز طبق تعریف مسئله هر چه کمتر باشد مطلوبیت پرتفوی افزایش پیدا می‌کند. در مسئله ردیابی شاخص با در نظر گرفتن زیان گریزی انحرافات مثبت از بازده مطلوبیت بیشتری نسبت به انحرافات منفی خواهند داشت و در تابع هدف برای انحرافات منفی وزن بیشتری قائل هستیم. در خصوص چولگی با توجه به تعریف مسئله چولگی‌های مثبت مطلوب بوده و

چولگی منفی نامطلوب می‌باشد. در نهایت خطای ردیابی به عنوان اصلی‌ترین شاخص محاسبه شده است. همان‌گونه که در جدول (۱) ملاحظه می‌گردد در خصوص کلیه معیارها الگوریتم BB-BC نسبت به الگوریتم DE کاملاً رقابتی بوده و در اصلی‌ترین معیار که خطای ردیابی شاخص می‌باشد برای  $\lambda = 1, 1.25$  برتری با DE و برای  $\lambda = 1.5$  برتری با BB-BC خواهد بود. در نتیجه در سطوح بالاتر از زیان‌گریزی، خطای ردیابی با الگوریتم BB-BC کمتر از الگوریتم DE می‌باشد.

در شکل (۴) نیز نحوه ردگیری شاخص توسط هر دو الگوریتم برای ۵۰ مشاهده آخر با استفاده از داده‌های دوره‌ی تست قابل مشاهده می‌باشد.

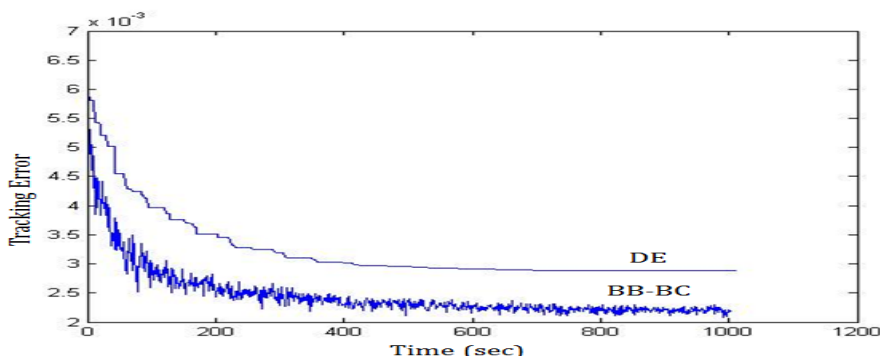


شکل ۴: ردگیری شاخص توسط دو الگوریتم BB-BC و DE برای ۵۰ مشاهده آخر (نمودار افقی بازده و نمودار عمودی مربوط به مشاهدات است)

همانگونه که ملاحظه می‌شود BB-BC ردگیری بهتری نسبت به شاخص در مقایسه با DE نشان می‌دهد. این تفاوت در مشاهدات ماقبل ۲۰ به وضوح مشخص است. فراوانی روزهایی که بازدهی پرتفولیوی کمتر از بازده شاخص است به شدت تحت تاثیر سطح زیان‌گریزی می‌باشد. در عین حال با افزایش زیان‌گریزی چولگی تمایل به افزایش پیدا می‌کنند.

### ۳-۴- همگرایی و زمان حل

در شکل (۵) بهترین جواب بدست آمده از الگوریتم در ۱۰۰۰ ثانیه اول اجرا ترسیم شده است.



شکل ۵: مقایسه زمان حل و سرعت همگرایی دو الگوریتم BB-BC و DE

همانگونه که در شکل ۵ ملاحظه می‌گردد سرعت همگرایی BB-BC بسیار بیشتر از DE بوده و این مسئله به دسته محوری و جمعیت محوری ذاتی الگوریتم‌ها بر می‌گردد. همچنین مقدار خطای ردگیری BB-BC کمتر از DE می‌باشد.

### ۴-۴- ردیابی شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس اوراق بهادار تهران با الگوریتم BB-BC

پس از مقایسه الگوریتم BB-BC و DE در ردیابی شاخص صنعتی داو جونز و برتری الگوریتم BB-BC نسبت به الگوریتم DE، حال با استفاده از این الگوریتم به ردیابی شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس اوراق بهادار تهران از فروردین سال ۹۱ الی مهرماه ۹۳ می‌پردازیم. شاخص ۳۰ شرکت بزرگ، معیار مناسبی برای طراحی ابزارهای مبتنی بر شاخص از جمله صندوق‌ها، ابزار مشتقه و همچنین ابزار مناسبی<sup>۲۵</sup> برای مدیریت دارایی‌ها می‌باشد. قیمت‌های تعدیل شده سهام‌های تشکیل دهنده این شاخص از فروردین ۹۱ الی مهر ۹۳ از نرم افزار TSE Client گرفته شده است. بودجه اولیه برابر ۱۰۰/۰۰۰/۰۰۰ ریال و محدودیت‌های وزنی بودجه تخصیص یافته به هر سهم به ترتیب برابر  $x^l = 0.01$  و  $x^h = 0.5$  می‌باشد. پرتفوی بهینه متشکل از ۲۰ شرکت از بین ۱۰۰ شرکت جامعه آماری می‌باشد. جدول شماره (۲) نتایج توصیفی و آماری بازده شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس اوراق بهادار و بازده پرتفو بهینه به صورت روزانه، جدول شماره (۳) نتایج آزمون فرض برابری واریانس بازده شاخص و پرتفوی حاصل از BB-BC و جدول شماره (۴) نتایج آزمون  $t$  برای برابری میانگین بازده روزانه شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس تهران و پرتفوی بهینه در سطح اطمینان ۹۵٪ می‌باشد که نتایج با استفاده از نرم افزار Minitab به شرح زیر است:

جدول (۲): آمار توصیفی شاخص ۳۰ شرکت بزرگ و پرتفوی بهینه حاصل از BB-BC

تعداد	میانگین بازده	انحراف معیار	میانگین خطای استاندارد
۶۲۴	۰,۰۰۱۲۷	۰,۰۰۹۵۱	۰,۰۰۰۳۸
۶۲۴	۰,۰۰۲۲۹	۰,۰۰۹۹۸	۰,۰۰۰۴۰

جدول (۳): نتایج حاصل از آزمون فرض برابری واریانس‌ها با آماره فیشر (F Test)

تعداد	نسبت انحراف معیارها	نسبت واریانس‌ها	فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت واریانس‌ها	P-Value
۶۲۴	۰,۹۵۴	۰,۹۱	(۰,۷۷۷ - ۱,۰۶۴)	۰,۲۳۷
۶۲۴				

جدول (۴): نتایج حاصل از برابری میانگین بازده شاخص ۳۰ شرکت بزرگ و پرتفوی بهینه با آزمون t

تحت برابری واریانس‌ها

P-Value	درجه آزادی	آماره t	فاصله اطمینان ۹۵٪		انحراف معیار	میانگین
			حد بالا	حد پایین		
۰,۰۶۶	۱۲۴۶	-۱,۸۴	۰,۰۰۰۰۶	-۰,۰۰۲	۰,۰۰۹۷	-۰,۰۰۱۰۱۷

در جدول شماره (۳) با توجه به P-Value برابر ۰/۲۳ فرض برابری واریانس‌ها پذیرفته می‌شود و در جدول شماره (۴) با توجه به P-Value بیش از ۵٪ فرض برابری میانگین بازده شاخص ۳۰ شرکت بزرگ و پرتفوی بهینه حاصل از BB-BC رد نمی‌شود. در نتیجه با استفاده از الگوریتم BB-BC به پرتفوی دست پیدا کردیم که علاوه بر داشتن ریسکی معادل ریسک شاخص ۳۰ شرکت بزرگ تهران، از بازده برابری نیز پیروی می‌کند. علاوه بر این میزان تابع هدف یا خطای ردیابی (TE) برای الگوریتم BB-BC و الگوریتم DE از فروردین ۹۱ الی مهر ۹۳ در جدول شماره (۵) مشخص شده است که با توجه به این جدول خطای ردیابی الگوریتم BB-BC کمتر از الگوریتم DE می‌باشد.

جدول (۵): خطای ردیابی شاخص ۳۰ شرکت بزرگ برای الگوریتم BB-BC و DE

DE	BB-BC	Tracking Error
۰,۰۰۹۴۲۲۸	۰,۰۰۹۳۸۷۸	

## ۵- نتیجه گیری و بحث

در این پژوهش به مقایسه حل مدل ردیابی شاخص با در نظر گرفتن محدودیت زیان‌گریزی با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری BB-BC و DE پرداخته شد که نتایج حاصل از این مقایسه بر این بود که در سطوح بیشتر از زیان‌گریزی انحراف از شاخص که مهمترین معیار ارزیابی دو رویکرد می‌باشد، با روش BB-BC از DE کمتر می‌باشد. در ادامه نیز به حل مسئله ردیابی شاخص با الگوریتم BB-BC برای ردیابی شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شد که با توجه به نتایج آماری به دست آمده، پرتفوی بهینه حاصل از الگوریتم BB-BC از نظر آماری بازده ای معادل شاخص ۳۰ شرکت بزرگ بورس تهران داشت، علاوه بر این، نکته دیگری که از نتایج آماری به دست آمد، برابری واریانس‌ها و انحراف معیار بازده‌های پرتفوی بهینه BB-BC و شاخص ۳۰ شرکت بزرگ تهران بود بدین معنی که پرتفوی بهینه شده از طریق BB-BC ریسکی معادل ریسک بازار دارد. پس در این پژوهش با استفاده از الگوریتم BB-BC به پرتفوی دست پیدا کردیم که هم بازدهی و هم ریسکی معادل ریسک بازار دارد. همچنین با توجه به اینکه در این پژوهش هدف کمینه کردن اختلاف بازدهی پرتفو تشکیل شده با بازده بازار می‌باشد، الگوریتم BB-BC قابلیت حل مدل را داشته و در نتیجه فرضیه اول، محقق شد علاوه بر این در فرض دوم با تنظیم پارامترهای الگوریتم BB-BC به این نتیجه می‌رسیم که تعداد دارایی‌های موجود در پرتفو بهینه و دقت ردیابی همبستگی مثبت وجود دارد. پس با توجه به توضیحات فوق، استفاده از الگوریتم BB-BC یک ابزار تصمیم‌سازی مناسب برای مدیران پرتفوهایی با استراتژی منفعل می‌باشد.

از آنجایی که عمده روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری در وهله نخست برای حل مسائل پیوسته ایجاد می‌شوند مکانیزم استفاده از آن‌ها برای حل مسائل گسسته تا حد زیادی به ابتکار و خلاقیت‌های محقق وابسته بوده بنابراین می‌توان از این الگوریتم‌ها به شکل‌های گوناگون بهره گرفت در نتیجه این امکان وجود دارد که با باز تعریف مرکز چگال و مکانیزم تولید جواب‌های اولیه در الگوریتم BB-BC به جواب‌های بهتری نیز دست یافت. به عنوان مثال در الگوریتم تعریف شده با افزایش تعداد اجزای الگوریتم جواب‌های جدید از حیث مقدار سهام مرتباً به مرکز چگال نزدیک تر و نزدیک تر می‌شوند اما از حیث نوع دارایی‌های منتخب عملاً ممکن است چنین اتفاقی رخ ندهد خصوصاً چنانچه از مجموعه داده‌های بزرگ‌تری بهره گرفته شود. همچنین با توجه به پرتفوی‌های بدست آمده از هر دو روش BB-BC و DE ملاحظه می‌شود که تنوع بسیار بالایی در پرتفوی ردیابی کننده وجود دارد. این مسئله موجب رسیدن خطای ردیابی به حداقل شده و از طرف دیگر هزینه‌های مدیریتی را افزایش می‌دهد. بنابراین پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی علاوه بر محدودیت‌های مدل مورد استفاده، محدودیت تعداد دارایی موجود در پرتفوی نیز به مدل اضافه شود زیرا هر چه قدر که با دارایی کمتری از حیث نوع به ردیابی شاخص بپردازیم، هزینه‌های مدیریتی پرتفوی نیز حداقل می‌شود.

## فهرست منابع

- \* عباسی، ابراهیم، اکبری، صمد. (۱۳۹۳). «کاربرد الگوریتم های تبرید شبیه سازی شده و ژنتیک در تشکیل صندوق شاخصی». فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۲۰، صفحات ۱۶۷-۱۷۹
- \* حجازی، رضوان. جعفری سرشت، داود و دلشادی، محمود. (۱۳۹۰). «تشکیل صندوق شاخصی بهبود یافته با استفاده از الگوریتم ژنتیک»، فصلنامه بورس اوراق بهادار، شماره ۱۴، صفحات ۱۳۵-۱۵۷
- \* حنیفی، فرهاد. بحر العلوم، محمد مهدی و جوادی، بابک. (۱۳۸۸). «طراحی و تحلیل مقایسه ای الگوریتم های فراابتکاری جهت پیاده سازی سرمایه گذاری شاخص محور در بورس تهران»، فصلنامه چشم انداز مدیریت، شماره ۳۲، صفحات ۸۹-۱۰۸
- \* ورسه ای، محسن و شمس، ناصر. (۱۳۸۹). ارائه یک روش حل ابتکاری به منظور بهینه‌سازی حل مسئله سبد ردیاب شاخص و پیاده‌سازی آن برای اولین بار در بازار سهام تهران (TEPIX). هشتمین کنفرانس بین المللی مدیریت.
- \* 5-Alexander k and Dimitriu, M. G. (2005). Kernel Search: "An application to the index tracking problem". European Journal of Operational Research, Vol 217 (1), 54-68.
- \* 6-Barro, O. K. (2009). "A new optimization method: big bang-big crunch". Advances in Engineering Software, Vol 37(2), 106-111.
- \* 7-Beasley, J.E, Meade, N. and Chang, T.J.(2003)."An evolutionary heuristic for the index tracking problem", European Journal of Operational Research, Vol. 148, 621-643.
- \* 8-Canakgoz, N. A., & Beasley, J. E. (2009). "Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation". European Journal of Operational Research, Vol 196(1), 384-399.
- \* 9-Corielli, F and Marcellino, M.(2006),"Factor Based Index Tracking", Journal of Banking and Finance, Vol 30,2215-2233
- \* 10-Coleman and etl.(2006). "An evolutionary heuristic for the index tracking problem", European Journal of Operational Research, Vol 148, 621-643.
- \* 11-Dexiang, J. E. (2011). "Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier". European Journal of Operational Research, Vol 213(3), 538-550.
- \* 12-Erol, O. K., & Eksin, I. (2006). "A new optimization method: big bang-big crunch". Advances in Engineering Software, Vol 37(2), 106-111.
- \* 13-Focardi, Sergio M and Fabozzi, Frank J."A Methodology for Index Tracking Based on Time-Series Clustering", Quantitative Finance, Vol 4 (4), 417-425
- \* 14-Jansen R and Dijk H. (2002). "Index Tracking, cointegration and equity market regimes". International Journal Of Finance And Economics, Vol 10, 213-231
- \* 15-Maringer, D. (2008). "Constrained index tracking under loss aversion using differential evolution". In Natural Computing in Computational Finance, Vol 100, 7-24.
- \* 16-Markowitz F. (1952)." The Arithmetic of Active Management". Financial Analyst Journal, Vol. 47(1).
- \* 17-Qian Li, Linyan Sun and Liang Bao,(2011),"Enhanced Index Tracking Based on Multi-Objective Immune Algorithm", Expert Systems with Applications, Vol 38, 6101-6106
- \* 18-Rafaely, B and Bennell, J.(2006),"Optimization of FTSE 100 Tracker Funds:A Comparison of Genetic Algorithms and Quadratic Programming", Managerial Finance, Vol 32(6), 477-492
- \* 19-Torrubiano, R and Suarez, A.(2008),"A Hybrid Optimization Approach to Index Tracking", Operational Research, Vol 166, 57-71

- \* 20-Wu, Dexiang. (2011). "An Index Tracking Model: One Application of Integer programming". Business And Economic, springer, Part 1, 77-82.
- \* 21-Yu and etl. (2006). " Index tracking with constrained portfolios". Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management . 57-71

### یادداشت‌ها

1. Index tracking
2. Quadratic Programming
3. Genetic Algorithm (GA)
4. Particle swarm optimization (PSO)
5. Simulated Annealing (SA)
6. Big bang-big crunch (BB-BC)
7. Differential Evolution (DE)
8. Big bang (BB)
9. Big crunch (BC)
10. Contraction operator
11. Jitter
12. Clustering
13. Karush-Kuhn-Tucker
14. Dynamic programming
15. Multistage tracking error model
16. Stochastic Programming
17. Multi-Objective Immune Algorithm
18. Enhanced Index Fund
19. Risk aversion
20. Loss aversion
21. Cardinality constraint
22. Dow Jones Industrial Average
23. In sample data
24. Out of sample tests
25. Benchmark
26. skewness