



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
سال پنجم / شماره هجدهم / تابستان ۱۳۹۵

## تاثیر اوراق قرضه قابل تبدیل با ویژگی بازخرید بر زمان سرمایه‌گذاری

مرتضی رحمانی

دانشیار دانشگاه علم و فرهنگ و پژوهشکده توسعه تکنولوژی جهاد دانشگاهی (مسئول مکاتبات)  
rahmanimr@yahoo.com

نرگس حسنی

دانش‌آموخته کارشناس ارشد ریاضی مالی دانشگاه علم و فرهنگ  
hassani.narges@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۴/۸/۶ تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۰/۲۹

### چکیده

اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل، اوراق بهاداری ترکیبی هستند که ویژگی‌های سهام و اوراق قرضه را دارا می‌باشند. در هر زمان دارنده‌ی اوراق می‌تواند نسبت به نگه داشتن اوراق و یا تبدیل آن به سهام تصمیم بگیرد. همچنین در صورتی‌که در قرارداد ذکر شده باشد شرکت ناشر می‌تواند اوراق را بازخرید نماید. تقابل بین دارنده‌ی این اوراق و ناشر، قیمت این اوراق را به طور چشمگیری تحت تاثیر قرار می‌دهد. در مطالعه‌ی حاضر با استفاده از بازی توقف، تعامل بین دارنده‌ی اوراق و ناشر بررسی و تاثیر اوراق بر زمان‌بندی تصمیمات سرمایه‌گذاری و آستانه‌های بهینه‌ی سرمایه‌گذاری، ورشکستگی، تبدیل و اختیار خرید و تاثیر نوسانات، پرداخت کوپن و قیمت توافقی بر این آستانه‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

**واژه‌های کلیدی:** اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل، بازی توقف، اختیار معامله‌ی واقعی.

## ۱- مقدمه

یکی از مهم‌ترین موضوعات مورد توجه در شرکت‌های مالی، فرموله کردن استراتژی‌های سرمایه‌گذاری بهینه می‌باشد. تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری از دو جزء تشکیل می‌شود: کمی و به چه میزان سرمایه‌گذاری کنیم. اولین مورد، تصمیم‌گیری برای زمان سرمایه‌گذاری و مورد دوم تصمیم‌گیری برای میزان تخصیص سرمایه است. برای تصمیم‌گیری زمان‌بندی سرمایه‌گذاری یک قالب استاندارد وجود دارد که رویکرد اختیار معامله‌ی واقعی<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. براساس این رویکرد فرض می‌شود که فرصت سرمایه‌گذاری در یک پروژه، شبیه اختیار معامله‌ی است. درواقع این نوع اختیار، یک ابزار مالی محسوب نمی‌شود اما حقی است که اجباری نیست و در فعالیت‌های اقتصادی خاص از آن استفاده می‌شود. در سال ۱۹۸۴ مایرز<sup>۲</sup> اولین فردی بود که متوجه شباهت بین اختیار معامله‌ی مالی و سرمایه‌گذاری‌ها در دنیای واقعی شد. با توجه به این ارتباط او عبارت اختیار معامله‌ی واقعی را مطرح کرد. این مفهوم توصیف‌کننده‌ی شرایطی بود که بر پایه‌ی آن، سرمایه‌گذاری‌ها می‌توانستند مشابه اختیار معامله‌ها ارزش‌گذاری شوند. پایه‌ی علمی این موضوع توسط تحقیقات بلک‌شولز و مرتون فراهم شد. اختیارات واقعی باعث انعطاف‌پذیری مدیریت می‌شوند و در پروژه‌های با ریسک بالا به عنوان یک تکنیک ارزش‌گذاری محسوب می‌گردند (هارتمن و حسن ۲۰۰۶). زمان‌بندی سرمایه‌گذاری از جنبه اقتصادی معادل با اعمال تصمیم-گیری بهینه می‌باشد. رویکرد اختیار معامله‌ی واقعی توسط دیکسیت و پیندایک<sup>۳</sup> (۱۹۹۴) گردآوری شده است (یاگی و همکاران ۲۰۰۸).

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

به منظور فراهم آوردن اطلاعات کافی برای سرمایه‌گذاران جهت تصمیم‌گیری مناسب برای سرمایه‌گذاری، مدل‌های مختلفی توسعه داده شده است که آن‌ها را می‌توان به دو دسته اصلی روش‌های ارزیابی سنتی و اختیار معامله‌ی واقعی تقسیم بندی کرد (ممبینی و یزدانی چمیزی ۱۳۹۳). امروزه در مطالعات مربوط به اختیار معامله‌ی واقعی، به رویکرد سرمایه‌گذاری شرکت‌ها و اتخاذ تصمیم مناسب جهت تامین مالی پرداخته می‌شود. در پژوهش‌های مربوط به حوزه‌ی سرمایه‌گذاری، مانند ماوور و ساکار<sup>۴</sup> (۲۰۰۵)، ساندرسون و وانگ<sup>۵</sup> (۲۰۰۶) بیشترین تامین مالی توسط سهام و اوراق قرضه صورت گرفته است. یاگی و تاکاشیما<sup>۶</sup> (۲۰۱۲) تاثیر اوراق قرضه-ی قابل تبدیل را بر زمان سرمایه‌گذاری بررسی کردند. آن‌ها در مدل خود ویژگی اختیار خرید را، برای ناشر اوراق در نظر گرفتند و دریافتند هنگام استفاده از اوراق با ویژگی اختیار خرید جهت تامین مالی، سرمایه‌گذاری زودتر از زمانی است که از اوراق بدون ویژگی اختیار خرید استفاده می‌شود. لیاندرس و ژادانو<sup>۷</sup> (۲۰۱۴) مدلی را برای تجزیه و تحلیل مسئله سرمایه‌گذاری با تامین مالی توسط اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل در نظر گرفتند و تاثیر آن را بر سرمایه‌گذاری با سیاست حداکثرسازی ارزش سهام شرکت بررسی کردند. در مطالعات داخلی، ذکاوت (۱۳۸۸) به معرفی روش تحلیل اختیار واقعی و مقایسه آن با روش‌ها و تکنیک‌های سنتی پرداخته و سپس نمونه‌های کاربردی را بیان نموده است. دین محمدی و باقری بسطامی (۱۳۹۳) روش اختیار واقعی را با استفاده از نرم افزار SLS بر روی یک نمونه واقعی، اجرای طرح یک واحد پتروشیمی پیاده کرده‌اند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد

که استفاده از روش فوق، اطلاعات ارزشمندی را از ابعاد مختلف ریسک و اثر آن بر توجیه مالی بسیاری از تصمیمات راهبردی بنگاه در هر زمان را نشان می‌دهد.

سیربو، پایکووسکی و شرو<sup>۸</sup> (۲۰۰۴) و سیربو و شرو (۲۰۰۶) از مدل نظریه‌ی بازی، برای قیمت‌گذاری اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل استفاده کردند. آن‌ها با توجه به عدم وجود مزایای مالیاتی در مدل، از بازی دو نفره‌ی مجموع صفر استفاده کردند. در مدل آن‌ها آنچه که سهام‌دار به دست می‌آورد، همان چیزی است که دارنده اوراق قرضه از دست می‌دهد و سهام‌داران در حالت تبدیل با ارزش، هرگز از اختیار خرید خود استفاده نمی‌کنند. هنسی و سلوکویچ<sup>۹</sup> (۲۰۰۸) قیمت‌گذاری اوراق قرضه‌ی قابل بازخرید و اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل توسط بازی‌های تصادفی با جمع غیر صفر را بررسی کردند. چن<sup>۱۰</sup> و همکاران (۲۰۱۳) بازی دو نفره‌ی را برای تلفیق مشارکت بین سهام‌داران و دارندگان اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل انتشار یافته توسط شرکت، توسعه دادند. مدل آن‌ها شامل تخفیف مالیاتی داده شده از طرف دولت به شرکت بابت پرداخت سود و ورشکستگی می‌باشد. از آن‌جایی که با وجود تخفیف مالیاتی، شرکت اقدام به انتشار اوراق می‌کند، این موضوع دلیل اعمال اختیار خرید در شرایط تبدیل با ارزش را بیان می‌کند و از طرف دیگر، بدهی‌های زیاد، احتمال ورشکستگی در آینده را به طرز چشمگیری افزایش می‌دهد. نگرانی از بابت هزینه‌های سنگین ورشکستگی، شرایط تبدیل بی‌ارزش را توجیه می‌کند. چن و همکاران در مطالعه‌ی خود تاثیر سپر مالیاتی و هزینه‌های ورشکستگی را بر روی استراتژی‌ها و قیمت‌گذاری اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل بررسی کردند. از نظر ریاضی مطالعه آن‌ها به صورت یک بازی که شامل دو مسئله‌ی توقف بهینه می‌باشد، مدل سازی شد.

در ادامه، مدل چن و همکاران (۲۰۱۳) و یاگی و تاکاشیما (۲۰۱۲) به تفصیل ارائه شده است. تمایز مدل یاگی با مدل چن در پرداخت مالیات و زمان انتشار اوراق می‌باشد. در مدل چن تنها معافیت مالیاتی در مدل گنجانده شده است در حالیکه در مدل یاگی، پرداخت مالیات برای دارایی شرکت نیز در نظر گرفته شده است. همچنین در مدل یاگی انتشار اوراق در زمان سرمایه‌گذاری، جهت تامین مالی بخشی از هزینه‌های مربوط به سرمایه‌گذاری می‌باشد در حالیکه مدل چن به سرمایه‌گذاری نپرداخته است. با توجه به این که در مطالعه یاگی و تاکاشیما (۲۰۱۲)، میزان آستانه اختیار خرید محاسبه نشده است در مطالعه‌ی حاضر با محاسبه این مقدار، به تحلیل تاثیر نوسانات، پرداخت کوپن و قیمت توافقی بر این آستانه خواهیم پرداخت.

### ۳- مدل پژوهشی

#### ۳-۱- ساختار بازی

شرکتی را با اختیار سرمایه‌گذاری، در هر زمان، با پرداخت هزینه‌ی سرمایه‌گذاری ثابت  $I$  را در نظر می‌گیریم. این شرکت بخشی از هزینه‌ی سرمایه‌گذاری را با انتشار اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل، تامین می‌کند. با توجه به ویژگی‌های اوراق قرضه قابل تبدیل، عملکرد ناشر و دارندگان این اوراق پس از سرمایه‌گذاری را می‌توان به صورت یک بازی دو نفره در نظر گرفت. فرض می‌کنیم تبدیل اوراق به صورت بلوک<sup>۱۱</sup> باشد به این معنی که تمام

دارندگان اوراق، هم زمان اوراق خود را تبدیل کنند. همچنین فرض می‌کنیم تغییرات ارزش دارایی‌های ناخالص این شرکت مطابق حرکت براونی هندسی زیر باشد:

$$\frac{dx_t}{x_t} = \mu dt + \sigma dB_t$$

که در آن  $\mu$  نرخ رشد مورد انتظار تعدیل شده با ریسک و  $\sigma$ ، میزان نوسانات  $x_t$  و  $B_t$  حرکت براونی استاندارد، در فضای احتمال  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  است.

فرض کنید سررسید اوراق نامحدود و کوپن‌ها به طور مستمر در تاریخ‌های مقرر، پرداخت می‌شود. بنابراین دارنده‌ی اوراق در هر بازه‌ی زمانی  $(t, t + dt)$  مبلغ  $c dt$  را قبل از تبدیل اوراق و یا اعمال اختیار خرید توسط ناشر و یا ورشکستگی شرکت دریافت می‌کند. همچنین دارنده‌ی اوراق حق دارد، اوراق بهادار خود را به تعداد مشخصی از سهام عادی شرکت، تبدیل کند. فرض کنیم اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل به  $\lambda$  سهم تبدیل شود. شرکت باید در زمان تبدیل،  $\lambda$  سهم جدید برای جایگزین کردن اوراق با سهام، منتشر کند. به این ترتیب اگر ارزش شرکت در زمان تبدیل  $X$  باشد، با توجه به رابطه‌ی:

$$\frac{\text{ارزش اوراق}}{\text{کل ارزش شرکت}} = \frac{\lambda x}{\lambda x + x} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} = \lambda$$

اوراق به  $\lambda$  ( $0 < \lambda < 1$ ) درصد از ارزش شرکت، قابل تبدیل است. دارنده‌ی اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل، بعد از تبدیل، مقدار  $\lambda x$  را به دست خواهد آورد. ویژگی دیگر، حق اختیار خرید با قیمت توافقی  $K$  برای ناشر می‌باشد. زمانی که ناشر اختیار خود را اعمال می‌کند، دارنده‌ی اوراق یا باید مبلغ توافقی را بپذیرد و یا اوراق خود را به سهام تبدیل کند که در این صورت تبدیل اجباری صورت گرفته است. در چنین شرایطی اگر ارزش شرکت در زمان اعمال اختیار  $X$  باشد، ارزش اوراق برابر با  $\max\{K, \lambda x\}$  خواهد بود. بیشتر اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل، شامل ویژگی دیگری تحت عنوان حق اختیار فروش برای دارندگان آن می‌باشند که حق فروش دوباره‌ی اوراق به ناشر را به دارندگان این نوع اوراق می‌دهد. با این حال این قابلیت نقش ناچیزی را در ارزش‌گذاری بازی می‌کند که می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد.

شرکت با پرداخت کوپن از مزایای مالیاتی بهره‌مند می‌گردد. برای در نظر گرفتن مزایای مالیاتی در مدل، فرض می‌کنیم تخفیف مالیاتی  $\kappa c dt$  از طرف دولت برای پرداخت کوپن،  $c dt$ ، در بازه‌ی  $(t, t + dt)$  در نظر گرفته می‌شود. مزایای مالیاتی در پرداخت کوپن برای شرکت به صورت  $(1 - \kappa)c dt$  در مدل در نظر گرفته می‌شود. در صورت کاهش سرمایه شرکت، مقدار  $\rho x$ ،  $0 < \rho < 1$  از ارزش سرمایه از دست خواهد رفت. هرگاه  $\lambda - \rho \geq 1$ ، دارنده‌ی اوراق می‌تواند اقدام به تبدیل نماید. در صورتیکه  $\lambda - \rho < 1$ ، شرکت دچار ورشکستگی شده و مبلغ  $x(1 - \rho)$  تحویل دارنده اوراق شده و شرکت منحل می‌گردد.

## ۳-۲- بازی بین ناشر و دارنده‌ی اوراق قرضه

دارندگان اوراق قرضه قابل تبدیل حق انتخاب زمان تبدیل و ناشر حق انتخاب زمان ورشکستگی و یا اعمال اختیار خرید را دارند. بازیکنان در تلاش هستند تا ارزش منافع خود را به حداکثر برسانند. برای سادگی مدل فرض می‌کنیم هر دو طرف از اطلاعات برابری در مورد شرکت بهره‌مند هستند. زمان‌های تبدیل، ورشکستگی و اختیار خرید را به ترتیب با  $\tau_{con}$ ،  $\tau_b$  و  $\tau_{cal}$  نشان می‌دهیم. ارزش حال کوپن پرداختی اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل پیش از توقف بازی توسط تبدیل اوراق، اعمال اختیار خرید و یا ورشکستگی به صورت زیر است:

$$\mathbb{E} \left[ \int_0^{\tau_{con} \wedge \tau_{cal} \wedge \tau_b} e^{-rt} c dt \right]$$

زمانی که ورشکستگی رخ می‌دهد، دارنده‌ی اوراق مبلغی از دارایی‌های شرکت را دریافت می‌کند که ارزش حال آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbb{E} \left[ e^{-r\tau_b} (1 - \rho) x_{\tau_b} \cdot 1_{\tau_b < \tau_{con} \wedge \tau_{cal}} \right]$$

در صورت اعمال اختیار ناشر، دارنده‌ی اوراق مبلغ  $\max\{K, \lambda x_{\tau_{cal}}\}$  را انتخاب می‌کند که ارزش حال آن به صورت زیر است:

$$\mathbb{E} \left[ e^{-r\tau_{cal}} \max\{K, \lambda x_{\tau_{cal}}\} \cdot 1_{\tau_{cal} < \tau_{con} \wedge \tau_b} \right]$$

اگر تبدیل صورت گیرد دارنده‌ی اوراق مبلغ  $\lambda x_{\tau_{con}}$  را به دست خواهد آورد که ارزش حال آن به صورت زیر است:

$$\mathbb{E} \left[ e^{-r\tau_{con}} \lambda x_{\tau_{con}} \cdot 1_{\tau_{con} < \tau_{cal} \wedge \tau_b} \right]$$

از طرفی ارزش بازار سهام شرکت، تفاضل بین ارزش دارایی‌های نهایی و بدهی منتشر شده می‌باشد. ارزش حال معافیت مالیاتی به صورت زیر است:

$$\mathbb{E} \left[ \int_0^{\tau_{con} \wedge \tau_{cal} \wedge \tau_b} e^{-rt} k c dt \right]$$

در زمان ورشکستگی ناشر قادر به ادامه‌ی فعالیت اقتصادی خود نیست و شرکت مقدار  $\rho x_{\tau_b}$  را از دست خواهد داد. ارزش حال هزینه‌های ورشکستگی به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbb{E} \left[ e^{-r\tau_b} \rho x_{\tau_b} \cdot 1_{\tau_b < \tau_{con} \wedge \tau_{cal}} \right]$$

با توجه به تعاریف فوق، در صورت توقف زودتر بازی توسط ناشر و یا دارنده‌ی اوراق قرضه قابل تبدیل، حالات زیر پیش می‌آید:

حالت اول: هرگاه  $\tau_{con} < \tau_{cal} \wedge \tau_b$ ، به این معنی است که، دارنده‌ی اوراق قرضه زودتر بازی را متوقف نموده و اوراق خود را به سهام شرکت تبدیل کرده است. در این صورت به دارنده‌ی اوراق قرضه مبلغ  $\lambda x_{\tau_{con}}$  می‌رسد و برای ناشر  $(1 - \lambda)x_{\tau_{con}}$  باقی می‌ماند.

حالت دوم: هرگاه  $\tau_{con} > \tau_{cal} \wedge \tau_b$ ، به این معنی است که ناشر بازی را به دلیل ورشکستگی شرکت و یا اعمال اختیار خرید زودتر متوقف کرده است. در این حالت یکی از سه وضعیت زیر رخ می‌دهد:

- $x_{\tau_b} \wedge \tau_{cal} \leq K$
- $K \leq x_{\tau_b} \wedge \tau_{cal} \leq K/\lambda$
- $x_{\tau_b} \wedge \tau_{cal} \geq K/\lambda$

در وضعیت اول از آنجایی که ارزش شرکت کمتر از قیمت توافقی می‌باشد در صورت اعمال اختیار ناشر، دارنده‌ی اوراق قطعاً تبدیل را انتخاب نمی‌کند و ترجیح می‌دهد مبلغ توافقی را دریافت کند و از آنجایی که شرکت توانایی لازم برای پرداخت این مبلغ را ندارد بنابراین اعلام ورشکستگی خواهد کرد. در این حالت عایدی ناشر صفر و دارنده‌ی اوراق  $(1 - \rho)x$  به دست می‌آورد. در موقعیت  $x > K$  (وضعیت ۳ و ۲)، ناشر اعلام ورشکستگی نخواهد کرد و با اعمال اختیار،  $x - \max\{K, \lambda x\}$  به دست خواهد آورد. پیش از توقف بازی توسط بازیکنان و تغییرات ساختار سرمایه، ناشر موظف به پرداخت کوپن به دارنده اوراق قرضه به صورت مستمر می‌باشد. فرض می‌کنیم دارایی لحظه‌ای شرکت برابر  $(1 - \kappa)(x_t - c)$  و این مقدار به عنوان سود سهام بین سهامداران توزیع می‌شود. مقدار  $(1 - \kappa)(x_t - c)$  ممکن است منفی شود که در این صورت فرض می‌کنیم سهام جدیدی برای تامین مالی این کسری انتشار می‌یابد. تحت فرض نکول درونزا، ناشر این اختیار را دارد تا خرید سهام منتشر شده جدید را به دلیل تعهدات بدهی متوقف کند. در این مورد ناشر می‌تواند اعلام ورشکستگی نماید و حق تمام جریان‌های نقد آینده را به دارندگان اوراق واگذار کند. هرگاه  $x$  ارزش دارایی‌های ناخالص شرکت،  $\tau_{con}$ ،  $\tau_{cal}$  و  $\tau_b$  مقادیر ثابت و  $E(x)$  ارزش حال سهام و  $D(x)$  ارزش اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل باشد، آنگاه با توجه به شرایط و استراتژی‌های مطرح شده داریم:

$$E(x) = \sup_{\tau_d, \tau_{cal} > 0} \mathbb{E} \left[ \int_{\tau}^{\tau_{con} \wedge \tau_d \wedge \tau_{cal}} e^{-r(u-\tau)} (1 - \kappa)(x_u - c) du \right] \quad (1)$$

$$+ 1_{\{\tau_{con} < \tau_d \wedge \tau_{cal}\}} (1 - \lambda) \int_{\tau_{con}}^{\infty} e^{-r(u-\tau)} (1 - \kappa)x_u du$$

$$+ 1_{\{\tau_{cal} < \tau_d \wedge \tau_{con}\}} \left\{ \int_{\tau_{cal}}^{\infty} e^{-r(u-\tau)} (1 - \kappa)x_u du \right. \\ \left. - e^{-r(\tau_{cal}-\tau)} \max \left( K, \lambda \int_{\tau_{con}}^{\infty} e^{-r(u-\tau)} (1 - \kappa)x_u du \right) \right\} x_0 = x$$

$$\begin{aligned}
D(x) = & \sup_{\tau_{con} > 0} \mathbb{E} \left[ \int_{\tau}^{\tau_d \wedge \tau_{cal} \wedge \tau_{con}} e^{-r(u-\tau)} c du \right. \\
& + 1_{\{\tau_{con} < \tau_d \wedge \tau_{cal}\}} \lambda \int_{\tau_{con}}^{\infty} e^{-r(u-\tau)} (1 - \kappa) x_u du \\
& + 1_{\{\tau_d < \tau_{cal} \wedge \tau_{con}\}} e^{-r(\tau_d - \tau)} (1 - \rho) \epsilon(x_{\tau_d}) \\
& + 1_{\{\tau_{cal} < \tau_d \wedge \tau_{con}\}} e^{-r(\tau_{cal} - \tau)} \\
& \left. \cdot \max \left( K, \lambda \int_{\tau_{con}}^{\infty} e^{-r(u-\tau)} (1 - \kappa) x_u du \right) \Big| x_0 = x \right] \quad (2)
\end{aligned}$$

که در آن  $\epsilon(x)$  سود نهایی پس از سرمایه‌گذاری (زمانی که تامین مالی به‌طور کامل با سهام صورت پذیرفته باشد) پس از کسر مالیات که با نرخ رشد  $\mu$  و نرخ بهره‌ی بدون ریسک  $r$ ، تنزیل می‌شود (شیباتا و نیشیهارا ۲۰۱۲)

$$\epsilon(x) = \mathbb{E} \left[ \int_{\tau}^{+\infty} e^{-r(u-\tau)} (1 - \kappa) x_u du \right] = \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x \quad (3)$$

زمانی که اختیار سرمایه‌گذاری اعمال می‌شود، هدف دارنده‌ی اوراق و ناشر به حداکثر رساندن منافع خود می‌باشد. ناشر به منظور حداکثرسازی ارزش سهام خود، سیاست‌های بهینه‌ی ورشکستگی و اعمال اختیار خرید را برای انتخاب زمان توقف بهینه بررسی می‌کند. از طرفی دارندگان اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل با سیاست تبدیل بهینه، زمان بهینه‌ی تبدیل را برای حداکثر کردن ارزش اوراق خود انتخاب می‌کند. این هدف یک بازی دو نفره را ایجاد می‌کند به طوری که اقدام توقف هر یک از بازیکنان یک تعادل نش می‌باشد. بنابراین لازم است مسائل توقف برای ناشر و دارنده‌ی اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل، به طور هم زمان حل شود. همچنین زمان ورشکستگی، تبدیل و اختیار خرید بهینه یعنی  $\tau_d^*$ ،  $\tau_{con}^*$  و  $\tau_{cal}^*$  که ارزش سهام و اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل را حداکثر کند، به ترتیب به صورت زیر می‌باشند:

$$\tau_d^* = \inf \{ \tau_d \in [0, \infty) \mid x_{\tau_d} \leq x_d \} \quad (4)$$

$$\tau_{con}^* = \inf \{ \tau_{con} \in [0, \infty) \mid x_{\tau_{con}} \geq x_{con} \} \quad (5)$$

$$\tau_{cal}^* = \inf \{ \tau_{cal} \in [0, \infty) \mid x_{\tau_{cal}} \geq x_{cal} \} \quad (6)$$

به طوری که  $x_d$  و  $x_{con}$  و  $x_{cal}$ ، آستانه‌های ورشکستگی، تبدیل و اختیار خرید بهینه می‌باشند. ارزش سهام و اوراق قرضه قابل تبدیل از معادلات زیر پیروی می‌کنند (باگی و تاکاشیما ۲۰۱۲):

$$\frac{1}{2}\sigma^2x^2\frac{\partial^2E}{\partial x^2} + \mu x\frac{\partial E}{\partial x} - rE + (1-\kappa)(x-c) = 0 \quad (7)$$

و

$$\frac{1}{2}\sigma^2x^2\frac{\partial^2D}{\partial x^2} + \mu x\frac{\partial D}{\partial x} - rD + c = 0 \quad (8)$$

جواب عمومی برای ارزش سهام و اوراق قرضه پیش از ورشکستگی، تبدیل و اعمال اختیار خرید به صورت زیر می‌باشد (یاگی و تاکاشیما ۲۰۱۲):

$$E(x) = a_1x^{\beta_1} + a_2x^{\beta_2} + (1-\kappa)\left(\frac{x}{r-\mu} - \frac{c}{r}\right) \quad (9)$$

$$D(x) = a_3x^{\beta_1} + a_4x^{\beta_2} + \frac{c}{r} \quad (10)$$

به طوریکه

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1$$

و

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0$$

و  $a_i$  برای  $i = 1, \dots, 4$  توسط شرایط کرانه ای تعیین می‌شوند.

زمانی که  $X$  کاهش می‌یابد، ورشکستگی رخ می‌دهد و زمانی که سطح  $X$  افزایش می‌یابد، امکان تبدیل و یا اختیار خرید وجود دارد. هرگاه تبدیل زودتر اتفاق بیفتد، یعنی  $\tau_{con} < \tau_{cal}$ ، در این شرایط اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل مانند اوراقی که فاقد ویژگی اختیار خرید هستند عمل می‌کنند. شرایط کران بالایی که توسط سیاست‌های تبدیل، توسط دارنده‌ی اوراق تعیین می‌شود به صورت زیر می‌باشند:

$$E(x_{con}) = (1-\lambda)\frac{1-\kappa}{r-\mu}x_{con} \quad (11)$$

$$D(x_{con}) = \lambda\frac{1-\kappa}{r-\mu}x_{con} \quad (12)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x}(x_{con}) = (1-\lambda)\frac{1-\kappa}{r-\mu} \quad (13)$$

$$\frac{\partial D}{\partial x}(x_{con}) = \lambda\frac{1-\kappa}{r-\mu} \quad (14)$$

شرایط کران پایینی که با آستانه‌ی ورشکستگی مرتبط می‌باشد به صورت زیر است:

$$E(x_d) = 0 \quad (15)$$

$$D(x_d) = (1-\rho)\frac{1-\kappa}{r-\mu}x_d \quad (16)$$



$$\frac{\partial E}{\partial x}(x_d) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial D}{\partial x}(x_d) = (1 - \rho) \frac{1 - \kappa}{r - \mu} \quad (18)$$

حال فرض می‌کنیم  $\tau_{cal} < \tau_{con}$ . شرایط کران بالایی از سیاست‌های اختیار خرید ناشر به صورت زیر می‌باشند:

$$E(x_{cal}) = \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x_{cal} - \max\left(K, \lambda \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x_{cal}\right) \quad (19)$$

$$D(x_{cal}) = \max\left(K, \lambda \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x_{cal}\right) \quad (20)$$

$$\frac{\partial E_C}{\partial x}(x_{cal}) = \begin{cases} \frac{1 - \kappa}{r - \mu} & x_{cal} < K \frac{r - \mu}{(1 - \kappa)} \lambda \\ (1 - \lambda) \frac{1 - \kappa}{r - \mu} & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (21)$$

$$\frac{\partial D}{\partial x}(x_{cal}) = \begin{cases} 0 & x_{cal} < K \frac{r - \mu}{1 - \kappa} \lambda \\ \lambda \frac{1 - \kappa}{r - \mu} & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (22)$$

اگر تبدیل زودتر از اختیار خرید اتفاق بیفتد با جایگزینی روابط (۱۱) و (۱۵) در رابطه‌ی (۹) و با جایگزینی روابط (۱۲) و (۱۶) در (۱۰)، مقادیر  $a_i$  برای  $i = 1, \dots, 4$  را به دست خواهیم آورد به عنوان نمونه:

$$a_1 = \frac{1 - \tau}{r - \mu} \left( \frac{x_d x_c^{\beta_2}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right) + \frac{1 - \tau}{r - \mu} \left( \frac{x_c x_d^{\beta_2}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right) + \frac{(1 - \tau)c}{r} \\ \cdot \left( \frac{x_d^{\beta_2} - x_c^{\beta_2}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right) + \frac{1 - \tau}{r - \mu} \left( \frac{x_c x_d^{\beta_2}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right) + \lambda \frac{1 - \kappa}{r - \mu} \left( \frac{x_d^{\beta_2} x_{cal}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right)$$

$$a_2 = \frac{1 - \tau}{r - \mu} \left( \frac{x_d x_c^{\beta_1}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right) + \frac{1 - \tau}{r - \mu} \left( \frac{x_c x_d^{\beta_1}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right) + \frac{(1 - \tau)c}{r} \\ \cdot \left( \frac{x_c^{\beta_1} - x_d^{\beta_1}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right) + \frac{1 - \tau}{r - \mu} \left( \frac{x_c x_d^{\beta_1}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right) + \lambda \frac{1 - \kappa}{r - \mu} \left( \frac{x_d^{\beta_1} x_{cal}}{x_d^{\beta_2} x_c^{\beta_1} - x_c^{\beta_2} x_d^{\beta_1}} \right)$$

و با جایگزینی مقادیر  $a_i$  در روابط (۹) و (۱۰) خواهیم داشت:

$$E(x) = (1 - \kappa) \left\{ \left( \frac{x}{r - \mu} - \frac{c}{r} \right) - \left( \frac{x_d}{r - \mu} - \frac{c}{r} \right) p_d(x; x_d, x_{con}) \right. \\ \left. - \left( \lambda \frac{x_{con}}{r - \mu} - \frac{c}{r} \right) p_{con}(x; x_d, x_{con}) \right\} \quad (23)$$

به همین ترتیب خواهیم داشت:

$$D(x) = \frac{c}{r} + \left( (1 - \rho) \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x_d - \frac{c}{r} \right) p_d(x; x_d, x_c) \\ + \left( \lambda \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x_{con} - \frac{c}{r} \right) p_{con}(x; x_d, x_c) \quad (24)$$

که  $p_d(x; x_d, x_{con})$ ، ارزش حال مورد انتظار برای رسیدن اولین بار به آستانه‌ی ورشکستگی  $x_d$  از بالا، پیش از رسیدن به آستانه‌ی تبدیل  $x_{con}$  و  $p_{con}(x; x_d, x_c)$  نیز ارزش حال مورد انتظار برای اولین رسیدن به آستانه‌ی تبدیل  $x_{con}$  از پایین، پیش از رسیدن به آستانه‌ی ورشکستگی  $x_d$  می‌باشند و عبارتند از:

$$p_d(x; x_d, x_{con}) = \frac{x_{con}^{\beta_1} x^{\beta_2} - x_{con}^{\beta_2} x^{\beta_1}}{x_{con}^{\beta_1} x_d^{\beta_2} - x_{con}^{\beta_2} x_d^{\beta_1}}$$

$$p_{con}(x; x_d, x_{con}) = \frac{x^{\beta_1} x_d^{\beta_2} - x^{\beta_2} x_d^{\beta_1}}{x_{con}^{\beta_1} x_d^{\beta_2} - x_{con}^{\beta_2} x_d^{\beta_1}}$$

در صورتی که اختیار خرید زودتر از تبدیل صورت بگیرد با استفاده از روابط (۱۹) و (۱۵) و (۱۶) و (۲۰) داریم:

$$E(x) = (1 - \kappa) \left\{ \left( \frac{x}{r - \mu} - \frac{c}{r} \right) - \left( \frac{x_d}{r - \mu} - \frac{c}{r} \right) p_d(x; x_d, x_{cal}) \right. \\ \left. + \left\{ (1 - \kappa) \frac{c}{r} - \max\left( K, \lambda \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x_{cal} \right) \right\} p_{cal}(x; x_d, x_{cal}) \right\} \quad (25)$$

9

$$D_C(x) = \frac{c}{r} + \left( (1 - \rho) \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x_d - \frac{c}{r} \right) p_d(x; x_d, x_{cal}) \\ + \left\{ \max\left( K, \lambda \frac{1 - \kappa}{r - \mu} x_{cal} \right) - \frac{c}{r} \right\} p_{cal}(x; x_d, x_{cal}) \quad (26)$$

که در آن  $p_{cal}(x; x_d, x_{cal})$ ، ارزش حال مورد انتظار برای اولین رسیدن به آستانه‌ی اختیار  $x_{cal}$  از بالا، پیش از رسیدن به آستانه‌ی ورشکستگی  $x_d$  می‌باشد.

$$p_{cal}(x; x_d, x_{cal}) = \frac{x_d^{\beta_2} x^{\beta_1} - x_d^{\beta_1} x^{\beta_2}}{x_{cal}^{\beta_1} x_d^{\beta_2} - x_{cal}^{\beta_2} x_d^{\beta_1}}$$

در صورتی که تبدیل زودتر از اختیار خرید اتفاق بیفتد، ارزش شرکت  $V(x)$ ، مجموع ارزش سهام و اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل، به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$V(x) = E(x) + D(x) \quad (27) \\ = \epsilon(x) + \frac{\kappa c}{r} (1 - p_d(x; x_d, x_{con}) - p_{con}(x; x_d, x_{con})) \\ - \rho \epsilon(x_d) p_d(x; x_d, x_{con})$$

و در صورتیکه اختیار خرید زودتر از تبدیل اتفاق بیفتد:

$$V(x) = \epsilon(x) + \frac{\kappa c}{r} (1 - p_d(x; x_d, x_{cal}) - p_{cal}(x; x_d, x_{cal})) \\ - \rho \epsilon(x_d) p_d(x; x_d, x_{cal}) \quad (28)$$

معادله‌ی (۲۷) بیانگر ارزش غیر اهرمی شرکت به علاوه‌ی ارزش حال مورد انتظار از تخفیف مالیاتی پرداخت کوپن منهای ارزش حال مورد انتظار هزینه‌ی ورشکستگی می‌باشد. شرکتی که اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل منتشر می‌کند تخفیف مالیاتی خود را در زمان ورشکستگی و یا تبدیل از دست خواهد داد. از آن جایی که آستانه‌های ورشکستگی، تبدیل بهینه و اختیار خرید با استفاده از روابط به‌صورت تحلیلی قابل حل نمی‌باشند، از این رو مسئله باید به‌صورت عددی حل شود.

### ۳-۳- استراتژی سرمایه‌گذاری

ناشر باید زمان سرمایه‌گذاری بهینه را انتخاب کند. ارزش حال اختیار سرمایه‌گذاری بهینه به‌صورت زیر می‌باشد:

$$F(x) = \sup_{\tau^* > 0} \mathbb{E} \left[ \int_0^{\tau^*} e^{-rt} (1-\kappa)x_t dt - e^{-r\tau^*} (1-D(x)) \right] \quad (29)$$

که در آن زمان بهینه‌ی سرمایه‌گذاری  $\tau^*$  به صورت زیر است:

$$\tau^* = \inf \{ \tau \in [0, \infty) \mid x_\tau \geq x^* \}$$

و  $x^*$  آستانه‌ی بهینه سرمایه‌گذاری می‌باشد. ارزش اختیار سرمایه‌گذاری در زمان  $\tau^*$  برابر با

$$E(x_{\tau^*}) - (1 - D(x_{\tau^*})) = V(x_{\tau^*}) - I \quad (30)$$

است. پیش از اعمال اختیار سرمایه‌گذاری بنا به معادله بلمن و لم ایتو داریم (یاگی و همکاران ۲۰۰۸):

$$\frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \mu x \frac{\partial F}{\partial x} - rF = 0, \quad x < x^* \quad (31)$$

این معادله یک معادله دیفرانسیل درجه دو است که جواب عمومی آن به صورت زیر است:

$$F(x) = a_1 x^{\beta_1} + a_2 x^{\beta_2}, \quad x < x^* \quad (32)$$

که در آن  $\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$  و  $\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$ ، به طوریکه  $\beta_1$  و  $\beta_2$  ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $\frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta - 1) + \mu\beta - r = 0$  هستند. با فرض  $\mu < r$  به راحتی مشاهده می‌شود که  $\beta_1 > 1$  و  $\beta_2 < 0$  می‌باشند. با در نظر گرفتن سه شرط مرزی زیر:

$$F(0) = 0 \quad (33)$$

$$F(x^*) = V(x_{\tau^*}) - I \quad (34)$$

$$\frac{dF}{dx}(x^*) = \frac{dV}{dx}(x^*) \quad (35)$$

خواهیم داشت:

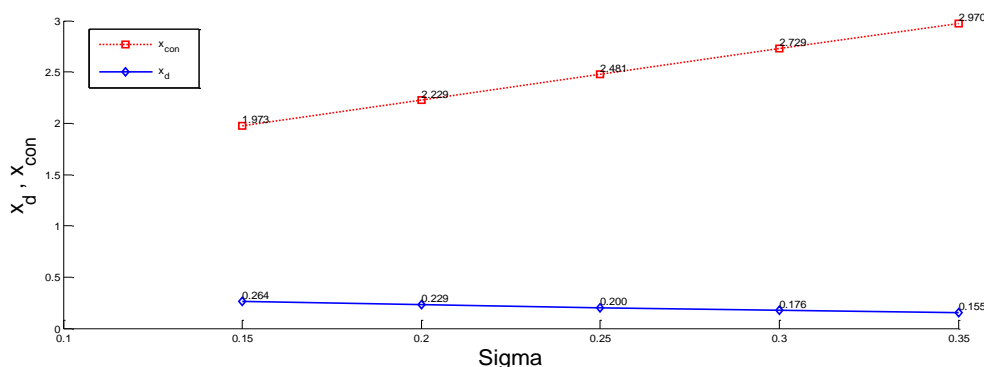
$$F(x) = \left(\frac{x}{x^*}\right)^{\beta_1} \{V(x^*) - I\} \quad (36)$$

و آستانه‌ی سرمایه‌گذاری بهینه با استفاده از شرایط انتقال هموار<sup>۱۲</sup> عبارت است از (یاگی و همکاران ۲۰۰۸):

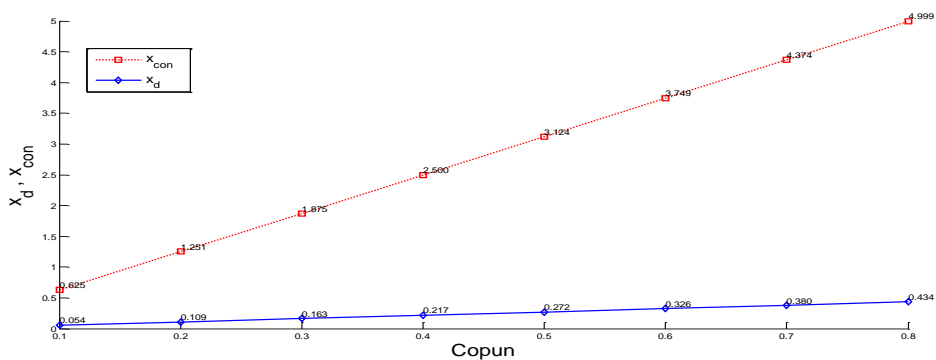
$$\frac{dF}{dx}(x^*) = \frac{dV}{dx}(x^*) \quad (37)$$

#### ۴- نتایج پژوهش:

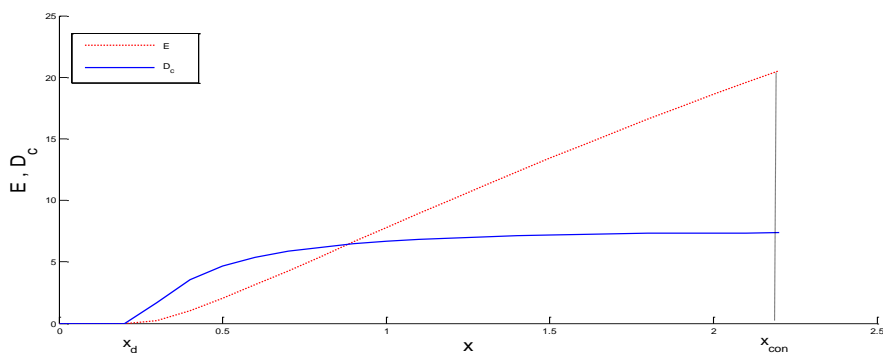
در این بخش نتایج مربوط به ارزش سهام و اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل و همچنین اختیار سرمایه‌گذاری را به منظور تعیین هزینه‌های بنگاه، با استفاده از نرم افزار MATLAB محاسبه می‌کنیم. برای این منظور از پارامترهای اولیه  $\mu = 0.01$ ،  $\sigma = 0.2$ ،  $r = 0.05$ ،  $I = 5$ ،  $\rho = 0.3$ ،  $\kappa = 0.3$  استفاده می‌کنیم. در حالت اول فرض می‌کنیم تبدیل زودتر از اعمال اختیار صورت بگیرد. در این حالت آستانه‌های بهینه‌ی تبدیل و ورشکستگی پس از سرمایه‌گذاری برای  $c = 0.42$  به صورت  $x_{con} = 2.29$  و  $x_d = 0.299$  با دقت  $10^{-9}$  حاصل می‌شود. نمودارهای ۱ و ۲ به ترتیب تاثیر نوسانات و پرداختی کوپن را بر آستانه‌های بهینه نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص می‌باشد با افزایش نوسان، میزان ریسک افزایش می‌یابد در نتیجه آستانه‌ی ورشکستگی کمتر و ورشکستگی زودتر رخ می‌دهد. همچنین با افزایش ریسک دارنده‌ی اوراق دیرتر تبدیل را انجام می‌دهد و در مقابل هر چه کوپن پرداختی بیشتر باشد آستانه‌ی ورشکستگی بیشتر می‌شود و دارندگان اوراق ترجیح خواهند داد که دیرتر اوراق خود را تبدیل کنند.



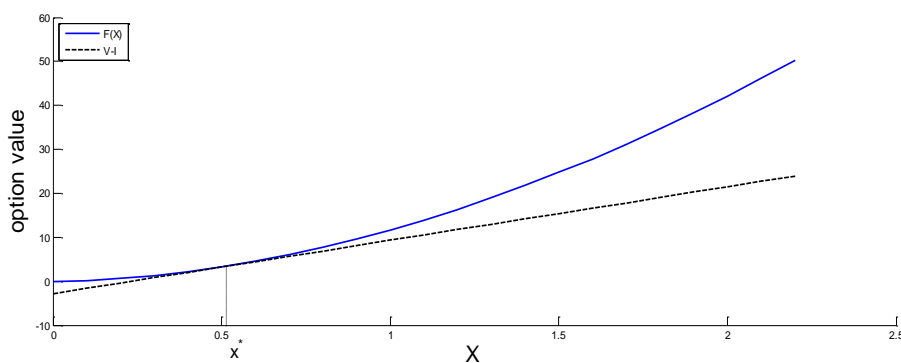
نمودار ۱: تاثیر نوسانات بر آستانه‌های بهینه‌ی تبدیل و ورشکستگی



نمودار ۲: تأثیر کوپن بر آستانه‌های بهینه‌ی تبدیل و ورشکستگی

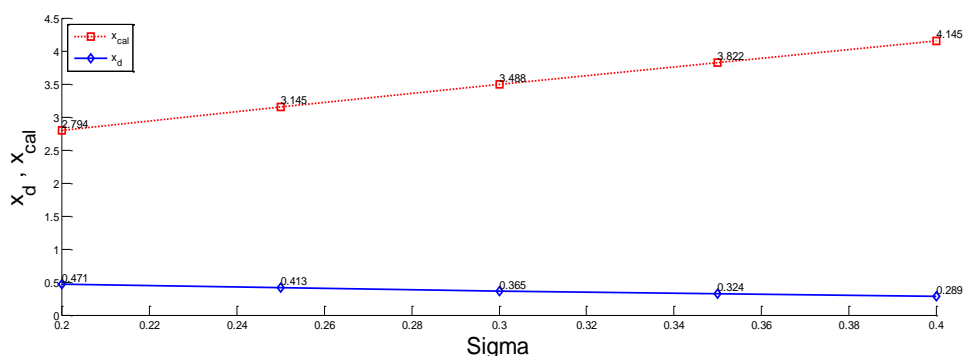


نمودار ۳: ارزش سهام و اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل پس از سرمایه‌گذاری



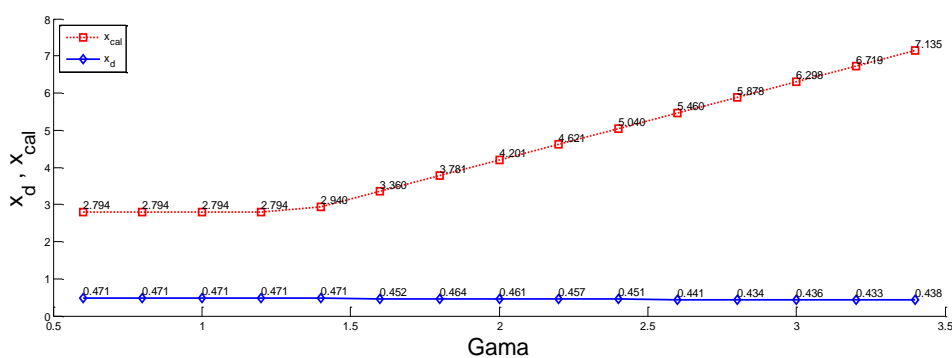
نمودار ۴: ارزش اختیار سرمایه‌گذاری

نمودار ۳ ارزش سهام و اوراق قرضه را پس از سرمایه‌گذاری و همچنین آستانه‌های ورشکستگی و تبدیل را نشان می‌دهد. نمودار ۴ ارزش اختیار سرمایه‌گذاری با آستانه سرمایه‌گذاری  $x^* = 0.508$  را نشان می‌دهند. در حالت دوم فرض می‌کنیم اختیار خرید زودتر از تبدیل رخ دهد. طبق مقاله‌ی یاگی و تاکاشیما (۲۰۱۲) با فرض  $K = \gamma \frac{C}{r}$  و  $\gamma = 0.6$ ، با دقت  $10^{-9}$  خواهیم داشت  $x_{cal} = 2.79$  و  $x_d = 0.47$ .

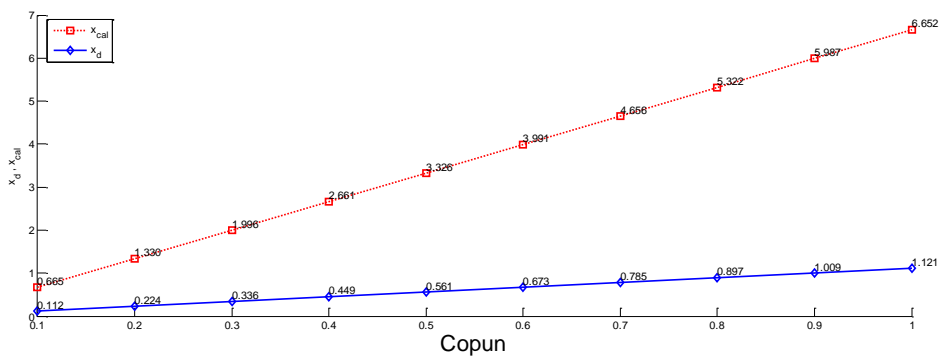


نمودار ۵: تاثیر نوسانات بر آستانه‌های بهینه‌ی اختیار و ورشکستگی

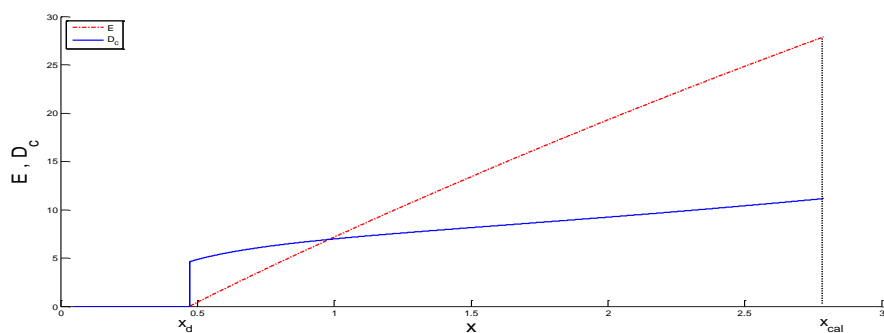
نمودار ۶ و ۷ به ترتیب تاثیر  $\gamma$  بر آستانه‌ی بهینه‌ی اختیار و تاثیر کاپن بر آستانه‌های بهینه‌ی اختیار و ورشکستگی را نشان می‌دهند. مطابق نمودار ۶ با افزایش  $\gamma$  و در نتیجه افزایش قیمت توافقی  $K$ ، میزان آستانه اختیار خرید افزایش می‌یابد و ناشر طبق قضیه اول چن و همکاران (۲۰۱۳) تمایلی به استفاده از اختیار خرید خود نخواهد داشت.



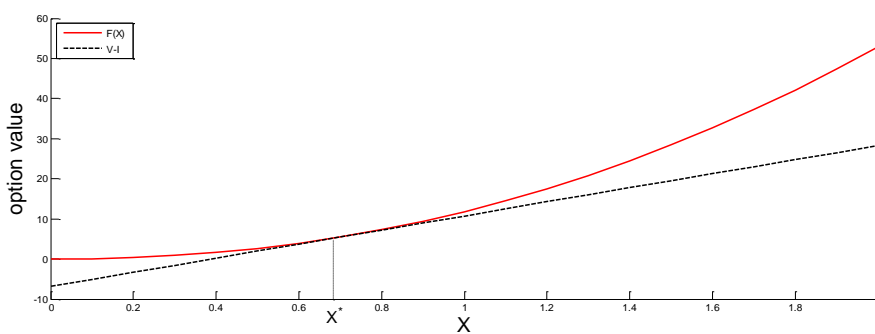
نمودار ۶: تاثیر  $\gamma$  بر آستانه‌ی بهینه‌ی اختیار



نمودار ۷: تأثیر کوپن بر آستانه‌های بهینه‌ی اختیار و ورشکستگی



نمودار ۸: ارزش سهام و اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل پس از سرمایه‌گذاری



نمودار ۹: اختیار سرمایه‌گذاری

در نمودار ۸ ارزش سهام و اوراق قرضه را پس از سرمایه‌گذاری و همچنین آستانه‌های ورشکستگی و اختیار خرید را مشاهده می‌کنیم. با توجه به نمودارهای مربوط به ارزش سهام و اوراق قرضه قابل تبدیل مشاهده می‌شود که مطابق ویژگی‌های اوراق قرضه قابل تبدیل، رفتار اوراق نسبت به سهام حرکت صعودی کمتری دارد، در حالیکه در اوراق قرضه سنتی این رفتار تقریباً ثابت است. نمودار ۹ ارزش اختیار سرمایه‌گذاری و آستانه‌ی بهینه سرمایه‌گذاری به میزان  $x^* = 0.748$  را نشان می‌دهد. در این آستانه شرکت از اختیار سرمایه‌گذاری خود استفاده کرده و جهت تامین هزینه‌های سرمایه‌گذاری، اوراق قرضه‌ی قابل تبدیل منتشر می‌کند.

#### ۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این تحقیق بررسی تاثیر تامین مالی توسط اوراق قرضه قابل تبدیل بر زمان‌بندی سرمایه‌گذاری و استراتژی‌های مربوط به ناشر و دارنده‌ی اوراق پس از سرمایه‌گذاری، مطالعه گردید. با توجه به اینکه در مطالعه‌ی یاگی و تاکاشیما (۲۰۱۲) میزان آستانه‌ی اختیار خرید محاسبه نشده است، هدف مطالعه‌ی حاضر محاسبه این مقدار و همچنین محاسبه آستانه سرمایه‌گذاری و آستانه‌های بهینه ورشکستگی و تبدیل، همچنین بررسی تاثیر نوسانات و پرداخت کوپن بر آستانه‌های بهینه ورشکستگی و تبدیل و بررسی تاثیر قیمت توافقی بر آستانه بهینه اختیار خرید می‌باشد. با توجه به ماهیت غیر خطی مسئله، حل عددی از طریق روش نیوتن به کمک تابع fsolve در نرم افزار MATLAB، انجام می‌شود. با بررسی جواب‌های یاگی و تاکاشیما (۲۰۱۲) مشاهده می‌شود آستانه‌های محاسبه شده تقریباً یکسان است. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش قیمت توافقی، میزان آستانه‌ی اختیار خرید افزایش یافته و قضیه‌ی اول چن و همکاران (۲۰۱۳) برقرار می‌باشد.

استفاده از ابزارهای مالی، متناسب با شرایط مختلف اقتصادی می‌تواند در انتخاب مناسب نوع سرمایه‌گذاری به سرمایه‌گذاران کمک کند. به علاوه بنگاه‌ها از این طریق می‌توانند به تامین مالی مورد نیاز خود دست پیدا کنند. از جمله این ابزارها اوراق قرضه قابل تبدیل می‌باشد که با مطالعه و مقایسه روش‌های قیمت‌گذاری این ابزار و نیز بومی سازی آن بنگاه‌های اقتصادی و سرمایه‌گذاران می‌توانند از ویژگی‌های این ابزار بهره‌مند شوند. در مطالعه‌ی حاضر با فرض نامتناهی بودن سررسید اوراق، بازی بین سهام‌دار و دارنده‌ی اوراق قرضه قابل تبدیل پس از سرمایه‌گذاری بررسی شد. این نوع تعامل را می‌توان برای اوراق با سررسید متناهی نیز مورد بررسی قرار داد. همچنین می‌توان با فرض نامتقارن بودن اطلاعات به بررسی مسئله پرداخت.

#### فهرست منابع

- \* ممبینی، حسین و یزدانی چمزینی، عبدالرضا (۱۳۹۳)، ارائه یک روش جدید برای اولویت بندی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری در بخش خصوصی ایران، فصلنامه دانش سرمایه‌گذاری، سال سوم، شماره ۱۱، ص ۲۵۹-۲۸۹.



- \* دین‌محمدی، مصطفی و باقری‌بسطامی، مهدی (۱۳۹۳)، ارزیابی اقتصادی طرح‌های سرمایه‌گذاری با روش اختیار واقعی (مطالعه موردی: ارزیابی یک طرح پتروشیمی)، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، سال پنجم، شماره ۱۹، ص ۱۵۳-۱۷۷.
- \* ذکاوت، سید مرتضی (۱۳۸۸)، کاربرد تحلیل اختیار واقعی در بررسی طرح‌های سرمایه‌گذاری، دومین کنفرانس بین‌المللی توسعه نظام تأمین مالی در ایران - تهران.
- \* Chen, N., Dai, M., & Wan, X. (2013) A Non-Zero-Sum Game Approach to Convertible Bonds: Tax Benefit, Bankrupt Cost and Early/Late Calls; *Mathematical Finance*, 23, 57-93.
- \* Hartmann, M., & Hassan, A. (2006) Application of real option analysis for pharmaceutical R&D project valuation-Empirical results from a survey; *Research policy*, 35, 343-354.
- \* Hennessy, C.A., & Tserlukevich, Y. (2008) Taxation, agency conflicts and the choice between callable and convertible debt; *Journal of Economic Theory*, 143, 374-404.
- \* Lyandres, E., & Zhdanov, A. (2014) Convertible debt and investment timing; *Journal of Corporate Finance*, 24, 21-37.
- \* Mauer, D.C., & Sarkar, S. (2005) Real option, agency conflicts, and optimal capital structure; *Journal of Banking and Finance*, 29, 1405-1428.
- \* Shibata, T., & Nishihara, M. (2012) Investment timing under debt issuance constraint; *Journal of Banking & Finance*, 36, 981-991.
- \* Sîrbu, M., Pikovsky, I., & Shreve, S. (2004) Perpetual Convertible Bonds; *SIAM Journal of Control and Optimization*, 43, 58-85.
- \* Sîrbu, M., & Shreve, S. (2006) A Two-Person Game for Pricing Convertible Bonds; *SIAM Journal of Control and Optimization*, 45, 1508-1639.
- \* Sundaresan, S., & Wang, N. (2007) Dynamic investment, capital structure, and debt overhang; Working paper, Columbia University.
- \* Yagi, K., Takashima, R., Hiroshi, T., & Katsushige, S. (2008) Timing of Convertible Debt Financing and Investment; Working paper, C A R F.
- \* Yagi, K., & Takashima, R. (2012) The impact of convertible debt financing on investment timing; *Journal of Economic Modeling*, 29, 2407-2416.

## یادداشت‌ها

<sup>1</sup> Real option

<sup>2</sup> Myers

<sup>3</sup> Dixit and Pindyck

<sup>4</sup> Mauer and Sakar

<sup>5</sup> Sundaresan and Wang

<sup>6</sup> Yagi and Takashima

<sup>7</sup> Lyandres and Zhdanov

<sup>8</sup> Sîrbu, Pikovsky and Shreve

<sup>9</sup> Hennessy and Tserlukevich

<sup>10</sup> Chen et al

<sup>11</sup> Block conversion

<sup>12</sup> Smooth- pasting condition